

# Digitale Bildverarbeitung

## Einheit 5

### Bilder und Statistik

---

Lehrauftrag WS 2007/2008  
Fachbereich M+I der FH-Offenburg



Dr. Bernard Haasdonk  
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

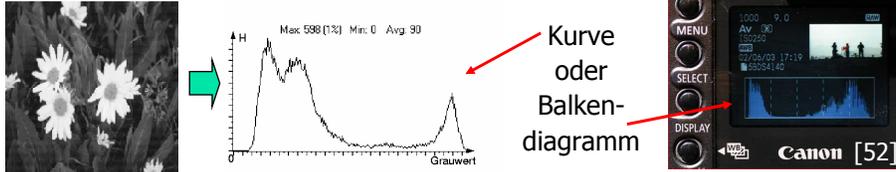
## Ziele der Einheit

---

- Verstehen, welche Informationen **statistische Größen** über ein Bild machen können
  - Grauwert-**Histogramme**, Farb-Histogramme, Entropie
  - Linien-**Profile**, Integrierte Linienprofile
  - **Schwerpunkt**, Varianz, Standardabweichung, **zentrale Momente**
- Möglichkeiten Kennenlernen, diese Größen zur **Beurteilung von Bildern** einzusetzen
  - Überbelichtung, Unterbelichtung, Dynamikumfang, Kompressionsfähigkeit, Fehlerlokalisierung, Fokussierung
  - (Entsprechend gezielte Bildverarbeitung folgt in den übrigen Einheiten)
- Verstehen, wie das statistische Phänomen des **Rauschens** entsteht und wie man dieses in den Griff bekommt
  - Photonenrauschen, Thermisches Rauschen, etc.

## Grauwert-Histogramm

- Unter dem **Grauwert-Histogramm** versteht man die **Häufigkeitsverteilung** der Grauwerte eines Bildes, aufgetragen gegen den Grauwert selbst.

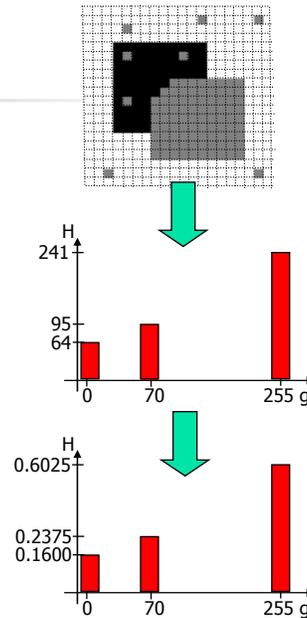


- Ein Histogramm enthält keinerlei Orts-, Nachbarschafts- oder sonstige Information über den Bildinhalt
- Ein Histogramm ändert sich nicht bei Vertauschen der Pixel
  - Beispiel zweier Bilder mit identischem Histogramm:



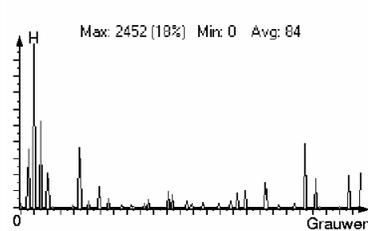
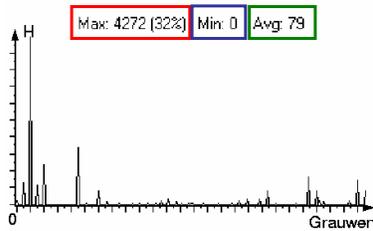
## Grauwert-Histogramm

- **Absolutes Histogramm:**
  - Histogramm, bei dem die Höhe der Balken die **absolute Häufigkeit** ist, d.h. die Anzahl der Pixel.
  - Die Höhen sind daher ganze Zahlen bis maximal die Anzahl der Pixel
  - Bei Skalierung eines Bildes wird auch das absolute Histogramm skaliert.
  - Die Summe aller Einträge ist die Anzahl aller Pixel
- **Normiertes Histogramm:**
  - Erhält man durch Teilen eines absoluten Histogramms durch die Anzahl der Pixel.
  - Ist also ein Histogramm, bei dem die Höhe der Balken die **relative Häufigkeit** eines Grauwertes angibt.
  - Bei Skalierung eines Bildes bleibt das normierte Histogramm identisch.
  - Die Summe aller Einträge ist 1



## Grauwert-Histogramm

- Einfache charakterisierende Größen sind ermittelbar
  - **Max:** die größte Häufigkeit eines einzelnen Grauwertes
  - **Min:** die geringste Häufigkeit eines einzelnen Grauwertes
  - **Avg, Mean:** Durchschnittlicher Grauwert
  - **StdDev:** Standard-Abweichung



2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

5

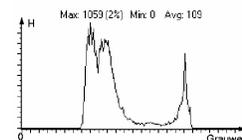
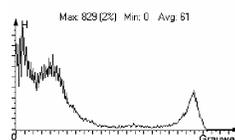
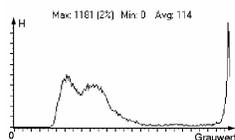
## Grauwert-Histogramm

- Wichtiges Hilfsmittel bei der Beurteilung der Beleuchtung oder der Dynamik eines Bildes:

Überbelichtung

Unterbelichtung

Schwache Dynamik



2.10.2007

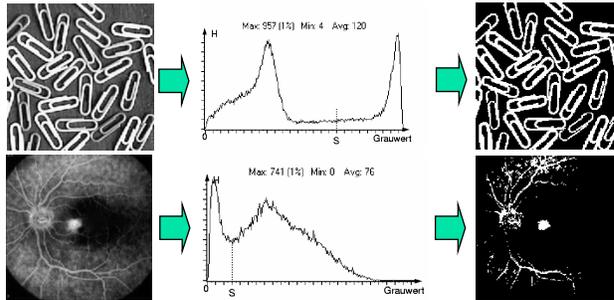
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

6

## Grauwert-Histogramm

- Ermöglicht **Segmentierung** durch Schwellwertbildung
  - Segmentierung = Trennen der Objekte vom Hintergrund
- Voraussetzung: das Histogramm zeigt **zwei Peaks** (oder Moden, daher „bimodal“), einer kann dem Vordergrund, einer dem Hintergrund zugeordnet werden
- Zwischen die beiden Moden wird eine **Schwelle S** gelegt
- Alle Grauwerte unterhalb der Schwelle werden zu 0, alle Grauwerte oberhalb der Schwelle zu 255 gesetzt

- Erfolgreiche Anwendung:

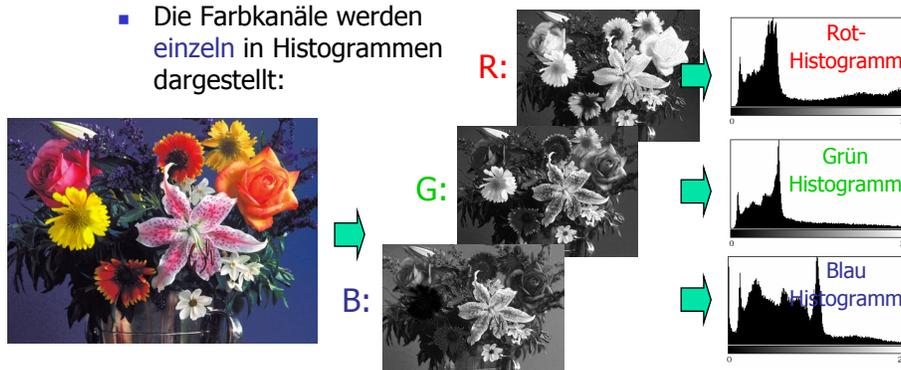


- Problematische Anwendung:

2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5 7

## Farb-Histogramm

- Die Farbkanäle werden **einzel**n in Histogrammen dargestellt:



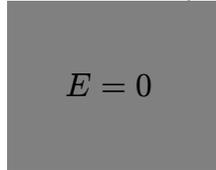
- Alternative: **Mehrdimensional**, mehrere Kanäle können kombiniert dargestellt werden in einer Verbundverteilung
- Histogramme können auch über Teilbereiche eines Bildes berechnet werden, sogenannten **Regions of Interest (ROIs)**
- Beispielsweise in **ImageJ** realisiert

2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5 8

## Entropie

- Entropie eines Bildes: Durchschnittliche Anzahl von Bits **Informationsgehalt**
- Berechnung durch Summation über das normierte Histogramm:  $E = - \sum_i H(i) \log H(i)$

Minimale Entropie:



Kleine Entropie:



Große Entropie:



- Entropie ist **untere Schranke** für Bitrate bei Signalkompressionsverfahren
- **Huffman-Kompressions-Bitrate** ist **fast optimal**, indem es nahe an dieser Grenze ist.

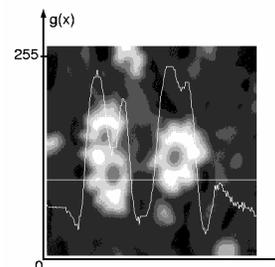
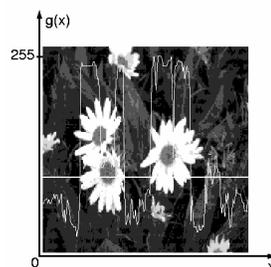
2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

9

## Linienprofile

- Unter dem **Linienprofil** versteht man den Verlauf der Grauwerte eines Bildes entlang einer beliebigen Linie
- Profile ermöglichen, geringe Grauwertschwankungen oder lokale Fehler in einem Bild zu erkennen



- **Scharfe Objektkanten** erzeugen **steile Profile**, **weichgezeichnete Bilder** haben **glatte Profile**

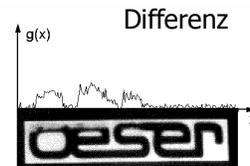
2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

10

## Integrierte Linienprofile

- Unter dem **Integrierten Zeilenprofil** versteht man das über mehrere Zeilen summierte Zeilenprofil, entsprechend das Integrierte Spaltenprofil
- Integrierte Zeilen- und Spaltenprofile sind wichtige und vor allem schnelle Werkzeuge
- Sie sind zudem sehr **robust** wegen Verschiebungs-Invarianz
- Ermöglicht **Lokalisation von Fehlern** durch Vergleich mit Referenz-Profil:
  - Bild 1: Referenzprofil
  - Bild 2: Integriertes Zeilenprofil eines modifizierten Bildes
  - Bild 3: Differenz der Profile (skaliert) zeigt Horizontalen Bereich mit Bildfehlern
- Mit der Kombination von Zeilen und Spalten-Profile läßt sich außerdem genau erkennen, an welcher Stelle im Objekt der Fehler liegt



2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

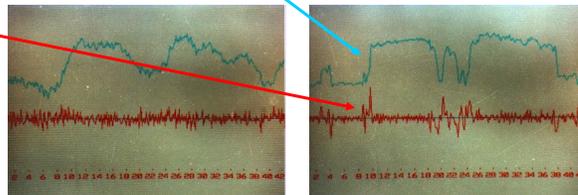
11

## Beispiel-Anwendung: Autofokus

- Realisierung des Autofokus eines Mikroskops durch die Kombination von **Histogramm** und **Zeilenprofil**
  - 1. **Grob-Fokussierung** bis ein bimodales Histogramm entsteht



- 2. **Fein-Fokussierung** bis steiles Linienprofil gefunden ist, d.h. große Ableitungen



2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

12

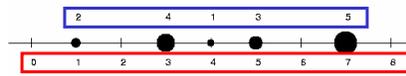
## Schwerpunkte

- Schwerpunkte sind einfachste Charakterisierung für verschiedenste Strukturen
- Herkunft aus der **Mechanik**:
  - Schwerpunkt ist der Punkt des **Gleichgewichtes**
  - Eindimensionaler Stab mit N Gewichten:

$$x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} (x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots + x_N \cdot m_N)$$

Koordinate von Kugel 1

Masse von Kugel 2



$$x_s = \frac{1}{15} (1 + 12 + 4 + 15 + 35) = \frac{67}{15}$$

- Ist ein sogenanntes **Moment erster Ordnung**

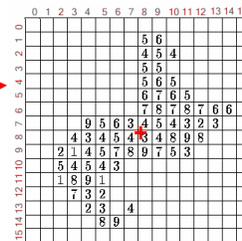
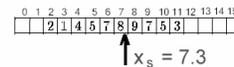
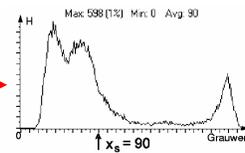
2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

13

## Schwerpunkte in der Bildverarbeitung

- Für ein **Histogramm**:
  - „Koordinaten“ sind die Grauwerte
  - „Massen“ sind die Häufigkeiten
  - Der Schwerpunkt ist der statistische Mittelwert (Average, Mean, Erwartungswert)
- Für eine **Bildzeile**:
  - „Koordinaten“ sind die x-Koordinaten
  - „Massen“ sind die Intensitäten
- Für ein **Bild oder Objekt in einem Bild**:
  - „Massen“ sind die Intensitäten
  - Separate Berechnung der x-Koordinate des Schwerpunkts aus den x-Koordinaten der Pixel, und der y-Koordinate aus den y-Koordinaten der Pixel
  - Ist robustes Maß für Position des Objektes



2.10.2007

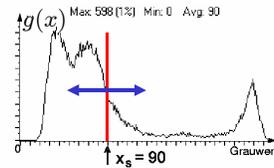
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

14

## Zentrale Momente für 1D-Verteilungen

- Allgemeine Formulierung des Schwerpunkts in 1D

$$m_{\text{ges}} = \sum_{x=1}^N g(x) \quad x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N x \cdot g(x)$$



- Zentrales Moment zweiter Ordnung: **Varianz**

$$\sigma^2 = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N (x - x_s)^2 \cdot g(x)$$

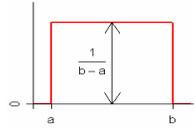
- Wurzel daraus ist die **Standardabweichung**  $\sigma$
  - Ist ein Maß für die „Breite“ der Verteilung
- Zentrales Moment dritter Ordnung: **Schiefe/Skewness s**
  - Ist ein Maß für die Asymmetrie der Verteilung
- Zentrales Moment vierter Ordnung: **Exzess/Kurtosis**

## Rauschen

- **Deterministische Störungen** in der Bildaufnahme sind oft eliminierbar
  - Integrationszeit, Blendenöffnung
  - Position der Kamera, etc.
- Rauschen bezeichnet im Gegensatz dazu alle **zufälligen Störungen** im Bildsignal
  - Trotz identischem Kameraaufbau und Parameter ergeben 10 Bildaufnahmen 10 verschiedene Bilder.
- Man unterscheidet:
  - Signalabhängiges und -unabhängiges Rauschen
  - Additives/nicht additives Rauschen
  - Nach der Art der **Verteilungsdichte**
  - Nach der **physikalischen Quelle**
  - Beispiele in ImageJ: Gaussches Rauschen, Salt and Pepper Noise

## Verteilungsdichten

- Gleichverteilt:
  - kontinuierliche oder diskrete Variablen



Die Gleichverteilung:

$$U(x) = \frac{1}{b-a}$$

mit  $a \leq x \leq b$

- Normalverteilt/Gauß-verteilt:
  - kontinuierliche Variablen



Die Gaußverteilung:

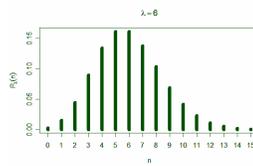
$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

mit den Parametern:

$\mu$ : Mittelwert

$\sigma$ : Standardabweichung

- Poisson-verteilt
  - diskrete Variablen



Die Poissonverteilung:

$$P(x) = \frac{(np)^x}{x!} \cdot e^{-np}$$

mit den Parametern:

$n$ : Umfang der gesamten Messung

$p$ : Anteil des Rauschens an der gesamten Messung

2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

17

## Beispiele von Rauschen

- Normalverteilt (Gaussches Rauschen)

Kleine Varianz



große Varianz



- Gleichverteilt



Salt and Pepper



2.10.2007

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5

18

## Rauschen

- Rauschen läßt sich oft nicht vermeiden, aber man sollte versuchen
  - Die verschiedenen Quellen herauszufinden
  - Das Rauschen klein zu halten: kontrollierbare Effekte sollten kleiner als die unkontrollierbaren sein
  - Das Rauschen zu modellieren (additiv? signalunabhängig? bekannte Verteilungsdichten?)
- Maß für die **Größe** des Rauschens:
  - **Signal-zu-Rausch-Verhältnis** (Signal-to-Noise-Ratio **SNR**) = (Logarithmisches) Verhältnis zwischen Signal-Leistung und Rausch-Leistung
  - Bei Bildern ist die SNR berechenbar:

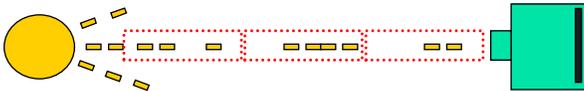
$$SNR = 20 \cdot \log_{10} \frac{\mu_I}{\sigma_N} \text{ dB}$$

Mittelwert der Pixelwerte

Standardabweichung des Rauschens

2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5 19

## Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- **Photonenrauschen:**
    - Ursache: **Quantennatur des Lichts**. Die Anzahl der Photonen während der Belichtungszeit ist selbst bei gleicher Helligkeit nicht konstant
- 
- **Thermisches Rauschen:**
    - Ursache: **Thermische Energie der Elektronen** im Halbleitermaterial. Gelangen diese in das Leitungsband, so werden sie ebenfalls „integriert“
  - **Quantisierungsrauschen:**
    - Ursache: **Übergang vom Analog- zum Digitalwert**, dabei gehen alle Signalschwankungen innerhalb einer Quantisierungsstufe verloren.
  - **Inhomogenitäten im CCD Chip:**
    - Ursache: **unterschiedliche Empfindlichkeiten der Pixel** durch Dotierungsschwankungen
  - **Abhilfen**
    - Filterung, Subtraktion von Normierungsbildern
    - Hohe Lichtintensität bzw. lange Integrationszeiten, Kühlung der Kamera

2.10.2007 B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 2007/2008, Einheit 5 20

## Zusammenfassung

- Statistische Größen enthalten Informationen über das Bild in abstrakter Form
  - Das **Histogramm**: Aussagen über Beleuchtung, Kontrast, Verwendung zur einfachen Segmentierung usw.
  - Die **Entropie**: Zeigt den Informationsgehalt und hiermit die Kompressionsfähigkeit für Signalkompressionsverfahren an
  - Das **Linienprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede auf, ist Indiz für die Bildschärfe
  - Das **integrierte Zeilen- oder Spaltenprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede innerhalb einer Fläche auf
  - **Schwerpunkt und zentrale Momente** können zur Erzeugung von charakteristischen Objektparametern herangezogen werden
- **Bildrauschen**
  - ist ein statistisches Phänomen und spielt eine große Rolle bei kleinen Lichtintensitäten.
  - Die Ursachen des Bildrauschen sind vielfältig: Photonenrauschen, thermisches Rauschen, Ausleserauschen, Verstärkerauschen, Quantisierungsrauschen, Inhomogenitäten im CCD - Chip

## Bild-Referenzen

Die Bilder wurden entweder selbst erstellt, stammen aus dem WBT/Skript von Frau Erhardt oder aus folgenden Quellen (identische bzw. fortgesetzte Nummerierung wie im Skript):

- [51] A. Teynor. „Image Retrieval in the Compressed Domain Using JPEG2000“. Diplomarbeit, Fachhochschule Augsburg, Fachbereich Informatik, 2003
- [52] <http://www.luminous-landscape.com/tutorials/understanding-series/understanding-histograms.shtml>