

Digitale Bildverarbeitung

Einheit 5

Bilder und Statistik

Lehrauftrag WS 06/07

Fachbereich M+I der FH-Offenburg



Dr. Bernard Haasdonk

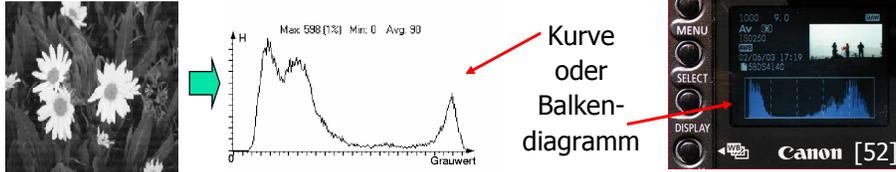
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Ziele der Einheit

- Verstehen, welche Informationen **statistische Größen** über ein Bild machen können
 - Grauwert-Histogramme, Farb-Histogramme, Entropie
 - Linien-Profile, Integrierte Linienprofile
 - Schwerpunkt, Varianz, Standardabweichung, **zentrale Momente**
- Möglichkeiten Kennenlernen, diese Größen zur **Beurteilung von Bildern** einzusetzen
 - Überbelichtung, Unterbelichtung, Dynamikumfang, Kompressionsfähigkeit, Fehlerlokalisierung, Fokussierung
 - (Entsprechend gezielte Bildverarbeitung folgt in den übrigen Einheiten)
- Verstehen, wie das statistische Phänomen des **Rauschens** entsteht und wie man dieses in den Griff bekommt
 - Photonenrauschen, Thermisches Rauschen, etc.

Grauwert-Histogramm

- Unter dem **Grauwert-Histogramm** versteht man die **Häufigkeitsverteilung** der Grauwerte eines Bildes, aufgetragen gegen den Grauwert selbst.



- Ein Histogramm enthält keinerlei Orts-, Nachbarschafts- oder sonstige Information über den Bildinhalt
- Ein Histogramm ändert sich nicht bei Vertauschen der Pixel
 - Beispiel zweier Bilder mit identischem Histogramm:



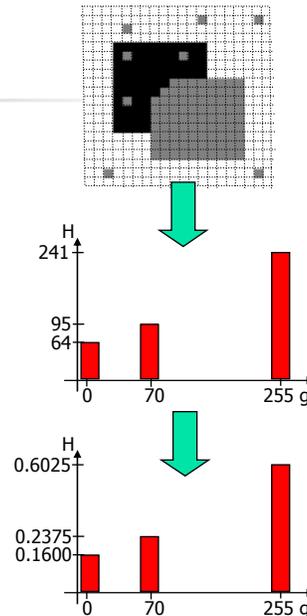
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

3

Grauwert-Histogramm

- **Absolutes Histogramm:**
 - Histogramm, bei dem die Höhe der Balken die **absolute Häufigkeit** ist, d.h. die Anzahl der Pixel.
 - Die Höhen sind daher ganze Zahlen bis maximal die Anzahl der Pixel
 - Bei Skalierung eines Bildes wird auch das absolute Histogramm skaliert.
 - Die Summe aller Einträge ist die Anzahl aller Pixel
- **Normiertes Histogramm:**
 - Erhält man durch Teilen eines absoluten Histogramms durch die Anzahl der Pixel.
 - Ist also ein Histogramm, bei dem die Höhe der Balken die **relative Häufigkeit** eines Grauwertes angibt.
 - Bei Skalierung eines Bildes bleibt das normierte Histogramm identisch.
 - Die Summe aller Einträge ist 1



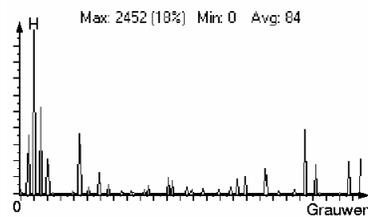
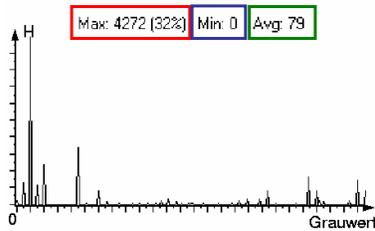
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

4

Grauwert-Histogramm

- Einfache charakterisierende Größen sind ermittelbar
 - **Max:** die größte Häufigkeit eines einzelnen Grauwertes
 - **Min:** die geringste Häufigkeit eines einzelnen Grauwertes
 - **Avg, Mean:** Durchschnittlicher Grauwert
 - **StdDev:** Standard-Abweichung



7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

5

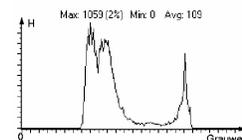
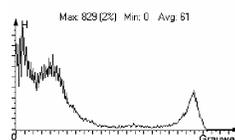
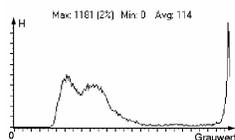
Grauwert-Histogramm

- Wichtiges Hilfsmittel bei der Beurteilung der Beleuchtung oder der Dynamik eines Bildes:

Überbelichtung

Unterbelichtung

Schwache Dynamik



7.11.2006

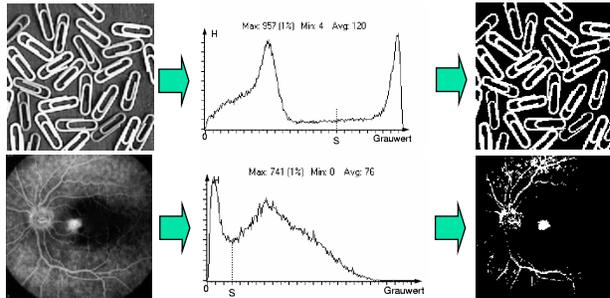
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

6

Grauwert-Histogramm

- Ermöglicht **Segmentierung** durch Schwellwertbildung
 - Segmentierung = Trennen der Objekte vom Hintergrund
- Voraussetzung: das Histogramm zeigt **zwei Peaks** (oder Moden, daher „bimodal“), einer kann dem Vordergrund, einer dem Hintergrund zugeordnet werden
- Zwischen die beiden Moden wird eine **Schwelle S** gelegt
- Alle Grauwerte unterhalb der Schwelle werden zu 0, alle Grauwerte oberhalb der Schwelle zu 255 gesetzt

- Erfolgreiche Anwendung:



- Problematische Anwendung:

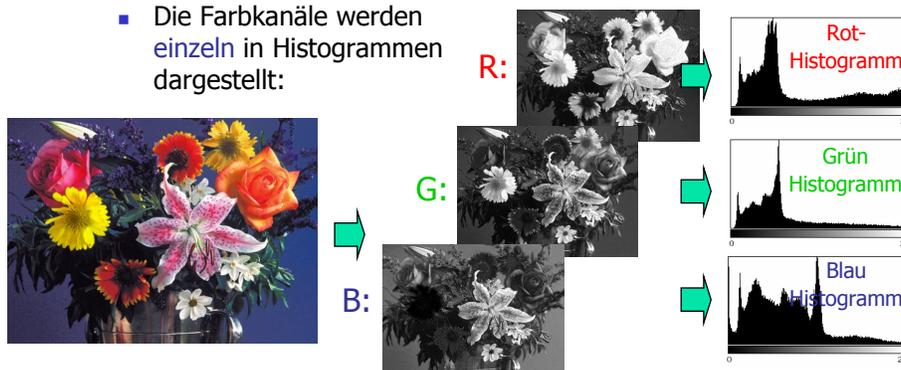
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

7

Farb-Histogramm

- Die Farbkanäle werden **einzel**n in Histogrammen dargestellt:



- Alternative: **Mehrdimensional**, mehrere Kanäle können kombiniert dargestellt werden in einer Verbundverteilung
- Histogramme können auch über Teilbereiche eines Bildes berechnet werden, sogenannten **Regions of Interest (ROIs)**
- Beispielsweise in **ImageJ** realisiert

7.11.2006

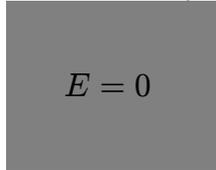
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

8

Entropie

- Entropie eines Bildes: Durchschnittliche Anzahl von Bits **Informationsgehalt**
- Berechnung durch Summation über das normierte Histogramm: $E = - \sum_i H(i) \log H(i)$

Minimale Entropie:



Kleine Entropie:



Große Entropie:



- Entropie ist **untere Schranke** für Bitrate bei Signalkompressionsverfahren
- Huffman-Kompressions-Bitrate** ist **fast optimal**, indem es nahe an dieser Grenze ist.

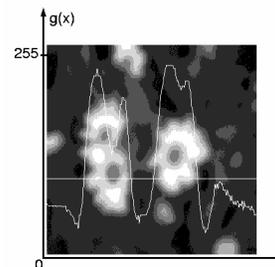
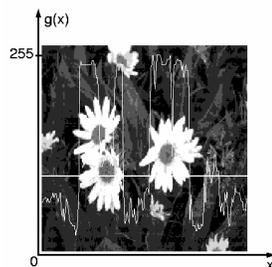
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

9

Linienprofile

- Unter dem **Linienprofil** versteht man die Verteilung der Grauwerte eines Bildes entlang einer beliebigen Linie
- Profile ermöglichen, geringe Grauwertschwankungen oder lokale Fehler in einem Bild zu erkennen



- Scharfe Objektkanten erzeugen steile Profile, weichgezeichnete Bilder haben glatte Profile

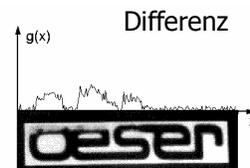
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

10

Integrierte Linienprofile

- Unter dem **Integrierten Zeilenprofil** versteht man das über mehrere Zeilen summierte Zeilenprofil, entsprechend das Integrierte Spaltenprofil
- Integrierte Zeilen- und Spaltenprofile sind wichtige und vor allem schnelle Werkzeuge
- Sie sind zudem sehr **robust** wegen Verschiebungs-Invarianz
- Ermöglicht **Lokalisation von Fehlern** durch Vergleich mit Referenz-Profil:
 - Bild 1: Referenzprofil
 - Bild 2: Integriertes Zeilenprofil eines modifizierten Bildes
 - Bild 3: Differenz der Profile (skaliert) zeigt Horizontalen Bereich mit Bildfehlern
- Mit der Kombination von Zeilen und Spalten-Profile läßt sich außerdem genau erkennen, an welcher Stelle im Objekt der Fehler liegt



7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

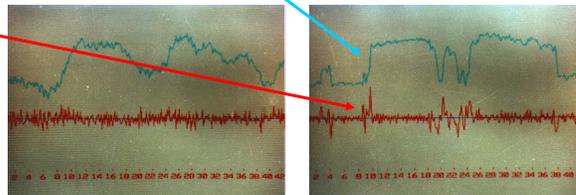
11

Beispiel-Anwendung: Autofokus

- Realisierung des Autofokus eines Mikroskops durch die Kombination von **Histogramm** und **Zeilenprofil**
 - 1. **Grob-Fokussierung** bis ein bimodales Histogramm entsteht



- 2. **Fein-Fokussierung** bis steiles Linienprofil gefunden ist, d.h. große Ableitungen



7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

12

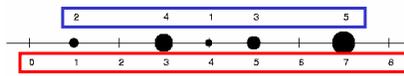
Schwerpunkte

- Schwerpunkte sind einfachste Charakterisierung für verschiedenste Strukturen
- Herkunft aus der **Mechanik**:
 - Schwerpunkt ist der Punkt des **Gleichgewichtes**
 - Eindimensionaler Stab mit N Gewichten:

$$x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} (x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots + x_N \cdot m_N)$$

Koordinate von Kugel 1

Masse von Kugel 2



$$x_s = \frac{1}{15} (1 + 12 + 4 + 15 + 35) = \frac{67}{15}$$

- Ist ein sogenanntes **Moment erster Ordnung**

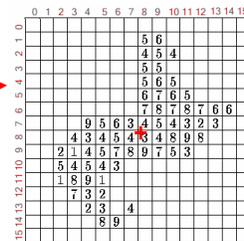
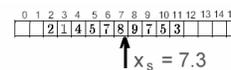
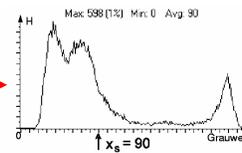
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

13

Schwerpunkte in der Bildverarbeitung

- Für ein **Histogramm**:
 - „Koordinaten“ sind die Grauwerte
 - „Massen“ sind die Häufigkeiten
 - Der Schwerpunkt ist der statistische Mittelwert (Average, Mean, Erwartungswert)
- Für eine **Bildzeile**:
 - „Koordinaten“ sind die x-Koordinaten
 - „Massen“ sind die Intensitäten
- Für ein **Bild oder Objekt in einem Bild**:
 - „Massen“ sind die Intensitäten
 - Separate Berechnung der x-Koordinate des Schwerpunkts aus den x-Koordinaten der Pixel, und der y-Koordinate aus den y-Koordinaten der Pixel
 - Ist robustes Maß für Position des Objektes



7.11.2006

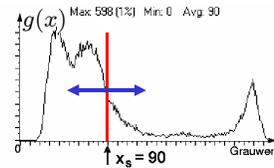
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

14

Zentrale Momente für 1D-Verteilungen

- Allgemeine Formulierung des Schwerpunkts in 1D

$$m_{\text{ges}} = \sum_{x=1}^N g(x) \quad x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N x \cdot g(x)$$



- Zentrales Moment zweiter Ordnung: **Varianz**

$$\sigma^2 = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N (x - x_s)^2 \cdot g(x)$$

- Wurzel daraus ist die **Standardabweichung** σ
 - Ist ein Maß für die „Breite“ der Verteilung
- Zentrales Moment dritter Ordnung: **Schiefe/Skewness s**
 - Ist ein Maß für die Asymmetrie der Verteilung
- Zentrales Moment vierter Ordnung: **Exzess/Kurtosis**

Zentrale Momente für Bilder

- Allgemeine Formulierung des Schwerpunktes

$$m_{00} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N g(x, y) \quad x_s = \frac{1}{m_{00}} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x \cdot g(x, y) \quad y_s = \frac{1}{m_{00}} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N y \cdot g(x, y)$$

- Allgemeine Momente:

- Die Ordnung des Moments ist $i+k$ $m_{ik} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x^i y^k \cdot g(x, y)$
- Z.B. m_{00} ist Summe aller Grauwerte
- Z.B. ist der Schwerpunkt $(x_s, y_s) = \left(\frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}} \right)$

- Zentrale Momente

- Wichtige Parameter/Merkmale zur **Charakterisierung eines Objektes**. Translationsinvariant (unabhängig von Position)
- Sind Momente nach **Übergang ins Schwerpunkt-System**:

$$\mu_{ik} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (x - x_s)^i (y - y_s)^k \cdot g(x, y)$$

Rauschen

- **Deterministische Störungen** in der Bildaufnahme sind oft eliminierbar
 - Integrationszeit, Blendenöffnung
 - Position der Kamera, etc.
- Rauschen bezeichnet im Gegensatz dazu alle **zufälligen Störungen** im Bildsignal
 - Trotz identischem Kameraaufbau und Parameter ergeben 10 Bildaufnahmen 10 verschiedene Bilder.
- Man unterscheidet:
 - Signalabhängiges und -unabhängiges Rauschen
 - Additives/nicht additives Rauschen
 - Nach der Art der **Verteilungsdichte**
 - Nach der **physikalischen Quelle**
 - Beispiele in ImageJ: Gaussches Rauschen, Salt and Pepper Noise

7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

17

Rauschen

- Rauschen läßt sich oft nicht vermeiden, aber man sollte versuchen
 - Die verschiedenen Quellen herauszufinden
 - Das Rauschen klein zu halten: kontrollierbare Effekte sollten kleiner als die unkontrollierbaren sein
 - Das Rauschen zu modellieren (additiv? signalunabhängig? bekannte Verteilungsdichten?)
- Maß für die **Größe** des Rauschens:
 - **Signal-zu-Rausch-Verhältnis** (Signal-to-Noise-Ratio **SNR**) = (Logarithmisches) Verhältnis zwischen Signal-Leistung und Rausch-Leistung
 - Bei Bildern ist die SNR berechenbar:

$$SNR = 20 \cdot \log_{10} \frac{\mu_I}{\sigma_N} \text{ dB}$$

Standardabweichung des Rauschens

Mittelwert der Pixelwerte

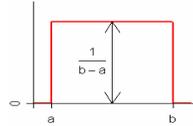
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

18

Verteilungsdichten

- Gleichverteilt:
 - kontinuierliche oder diskrete Variablen



Die Gleichverteilung:

$$U(x) = \frac{1}{b-a}$$

mit $a \leq x \leq b$

- Normalverteilt/Gauß-verteilt:
 - kontinuierliche Variablen



Die Gaußverteilung:

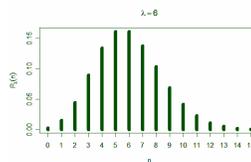
$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

mit den Parametern:

μ : Mittelwert

σ : Standardabweichung

- Poisson-verteilt
 - diskrete Variablen



Die Poissonverteilung:

$$P(x) = \frac{(np)^x}{x!} \cdot e^{-np}$$

mit den Parametern:

n : Umfang der gesamten Messung

p : Anteil des Rauschens an der gesamten Messung

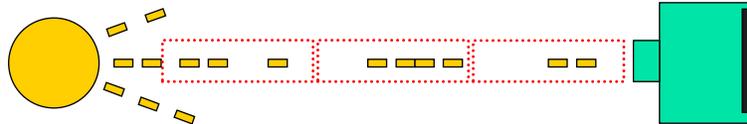
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

19

Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Photonenrauschen:
 - Ursache: **Quantennatur des Lichts**. Die Anzahl der Photonen, die während der Belichtungszeit auf die lichtempfindliche Fläche eines Pixels trifft, ist selbst bei gleicher Helligkeit nicht konstant



- Bei niederen Lichtintensitäten ist der Effekt besonders einschneidend, bei hohen Intensitäten vernachlässigbar
- Verteilungsfunktion: **Poissonverteilung** (Einzelereignisse)
- nicht signalunabhängig
 - Standardabweichung ist Wurzel des Mittelwerts der Bildintensität
- Abhilfe: Sensor auf hohem Sättigungsniveau fahren d.h. hohe Lichtintensität bzw. lange Integrationszeiten

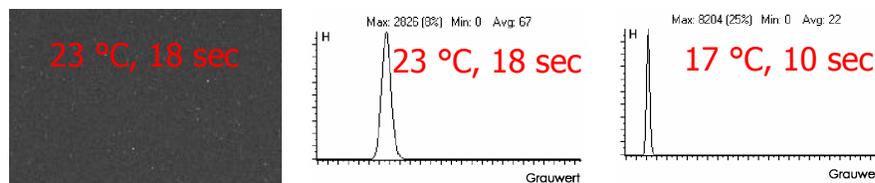
7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

20

Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Thermisches Rauschen:
 - Ursache: **Thermische Energie der Elektronen** im Halbleitermaterial. Gelangen diese in das Leitungsband, so werden sie ebenfalls „integriert“
- Besteht aus Überlagerung zweier Phänomene:
 - **Dunkelstrom** und Rauschen des Dunkelstroms
- Verteilungsfunktion: **Gaußverteilung**
- Signalunabhängig, additiv
 - Mittelwert: abhängig von der Temperatur + Integr.-Zeit
 - Standardabweichung: abhängig von der Integrationszeit
- Abhilfe: Filterung des Ergebnisbildes, Subtraktion des Rauschbildes, Kühlung der Kamera



7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

21

Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Quantisierungsrauschen:
 - Ursache: **Übergang vom Analog- zum Digitalwert**, dabei gehen alle Signalschwankungen innerhalb einer Quantisierungsstufe verloren.
 - signalunabhängig, additiv
 - Mittelwert Null, Standardabweichung abhängig von Speichertiefe
 - Abhilfe: höhere Speichertiefe
- Inhomogenitäten im CCD Chip:
 - Ursache: **unterschiedliche Empfindlichkeiten der Pixel** durch Dotierungsschwankungen
 - Die Empfindlichkeit benachbarter Pixel unterscheiden sich um weniger als 1%, über den ganzen Chip hinweg weniger als 10%.
 - Verteilungsfunktion: unbekannt
 - Abhilfe: Filterung, Subtraktion von Normierungsbildern (flat field frames)
- Weitere Details zu den Rausch-Arten:
<http://www.astronomie.de/fachbereiche/spektroskopie/einfuehrung/6-2-ccd.htm>

7.11.2006

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 06/07, Einheit 5

22

Zusammenfassung

- Statistische Größen enthalten Informationen über das Bild in abstrakter Form
 - Das **Histogramm**: Aussagen über Beleuchtung, Kontrast, Verwendung zur einfachen Segmentierung usw.
 - Die **Entropie**: Zeigt den Informationsgehalt und hiermit die Kompressionsfähigkeit für Signalkompressionsverfahren an
 - Das **Linienprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede auf, ist Indiz für die Bildschärfe
 - Das **integrierte Zeilen- oder Spaltenprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede innerhalb einer Fläche auf
 - **Schwerpunkt und zentrale Momente** können zur Erzeugung von charakteristischen Objektparametern herangezogen werden
- **Bildrauschen**
 - ist ein statistisches Phänomen und spielt eine große Rolle bei kleinen Lichtintensitäten.
 - Die Ursachen des Bildrauschen sind vielfältig: Photonenrauschen, thermisches Rauschen, Ausleserauschen, Verstärkerauschen, Quantisierungsrauschen, Inhomogenitäten im CCD - Chip

Bild-Referenzen

Die Bilder wurden entweder selbst erstellt, stammen aus dem WBT/Skript von Frau Erhardt oder aus folgenden Quellen (identische bzw. fortgesetzte Nummerierung wie im Skript):

- [51] A. Teynor. „Image Retrieval in the Compressed Domain Using JPEG2000“. Diplomarbeit, Fachhochschule Augsburg, Fachbereich Informatik, 2003
- [52] <http://www.luminous-landscape.com/tutorials/understanding-series/understanding-histograms.shtml>