

# Digitale Bildverarbeitung

## Einheit 5

### Bilder und Statistik

---

Lehrauftrag WS 05/06

Fachbereich M+I der FH-Offenburg



Dipl.-Math. Bernard Haasdonk

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

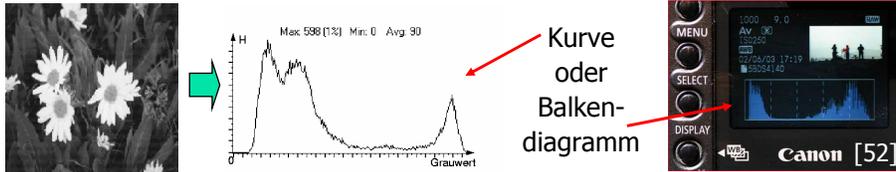
## Ziele der Einheit

---

- Verstehen, welche Informationen **statistische Größen** über ein Bild machen können
  - Grauwert-Histogramme, Farb-Histogramme, Entropie
  - Linien-Profile, Integrierte Linienprofile
  - Schwerpunkt, Varianz, Standardabweichung, **zentrale Momente**
- Möglichkeiten Kennenlernen, diese Größen zur **Beurteilung von Bildern** einzusetzen
  - Überbelichtung, Unterbelichtung, Dynamikumfang, Kompressionsfähigkeit, Fehlerlokalisierung, Fokussierung
  - (Entsprechend gezielte Bildverarbeitung folgt in den übrigen Einheiten)
- Verstehen, wie das statistische Phänomen des **Rauschens** entsteht und wie man dieses in den Griff bekommt
  - Photonenrauschen, Thermisches Rauschen, etc.

## Grauwert-Histogramm

- Unter dem **Grauwert-Histogramm** versteht man die **Häufigkeitsverteilung** der Grauwerte eines Bildes, aufgetragen gegen den Grauwert selbst.



- Ein Histogramm enthält keinerlei Orts-, Nachbarschafts- oder sonstige Information über den Bildinhalt
- Ein Histogramm ändert sich nicht bei Vertauschen der Pixel
  - Beispiel zweier Bilder mit identischem Histogramm:



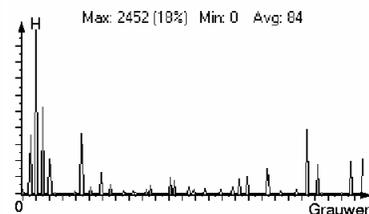
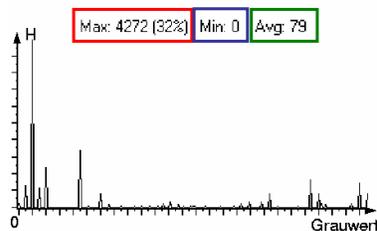
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

3

## Grauwert-Histogramm

- Einfache charakterisierende Größen sind ermittelbar
  - **Max:** die Häufigkeit des **größten** Grauwertes
  - **Min:** Häufigkeit des **kleinsten** Grauwertes
  - **Avg, Mean:** **Durchschnittlicher** Grauwert
  - **StdDev:** **Standard-Abweichung**



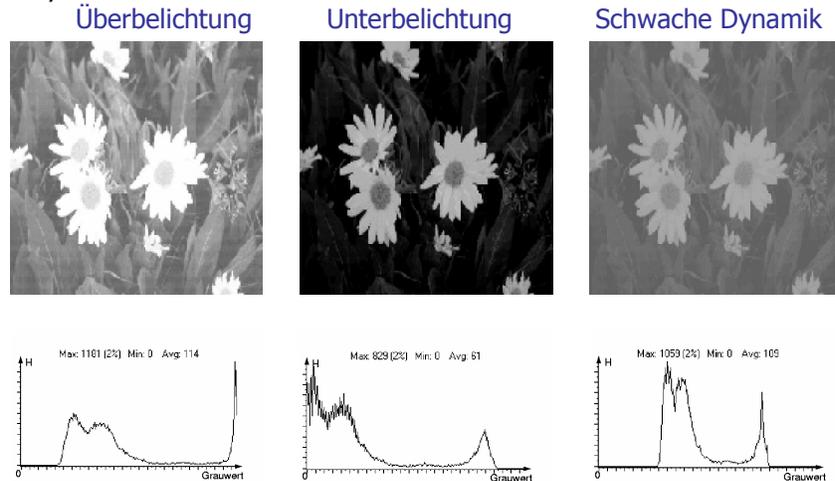
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

4

## Grauwert-Histogramm

- Wichtiges Hilfsmittel bei der Beurteilung der Beleuchtung oder der Dynamik eines Bildes:



29.11.2005

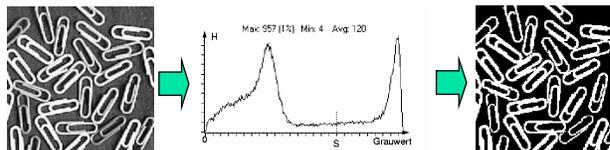
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

5

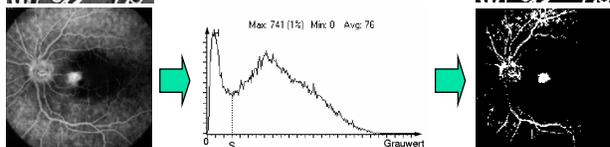
## Grauwert-Histogramm

- Ermöglicht **Segmentierung** durch Schwellwertbildung
  - Segmentierung = Trennen der Objekte vom Hintergrund
- Voraussetzung: das Histogramm zeigt **zwei Peaks** (oder Moden, daher „bimodal“), einer kann dem Vordergrund, einer dem Hintergrund zugeordnet werden
- Zwischen die beiden Moden wird eine **Schwelle S** gelegt
- Alle Grauwerte unterhalb der Schwelle werden zu 0, alle Grauwerte oberhalb der Schwelle zu 255 gesetzt

- Erfolgreiche Anwendung:



- Problematische Anwendung:



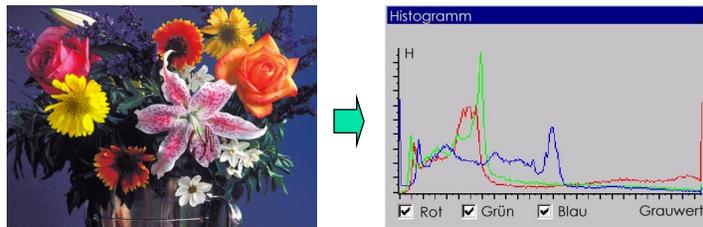
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

6

## Farb-Histogramm

- Die Farbkanäle R, G, B eines Echtfarbenbildes können **einzel**n in einem Histogramm dargestellt werden



- Alternative: **Mehrdimensional**, mehrere Kanäle können kombiniert dargestellt werden in einer Verbundverteilung
- Histogramme können auch über Teilbereiche eines Bildes berechnet werden, sogenannten **Regions of Interest (ROIs)**
- Beispielsweise in **ImageJ** realisiert

29.11.2005

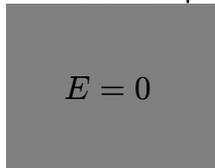
B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

7

## Entropie

- Entropie eines Bildes: Durchschnittliche Anzahl von Bits **Informationsgehalt**
- Berechnung durch Summation über das normierte Histogramm:  $E = - \sum_i H(i) \text{ld} H(i)$

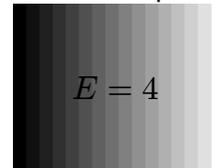
Minimale Entropie:



Kleine Entropie:



Große Entropie:



- Entropie ist **untere Schranke** für Bitrate bei Signalkompressionsverfahren
- Huffman**-Kompressions-Bitrate ist **fast optimal**, indem es nahe an dieser Grenze ist.

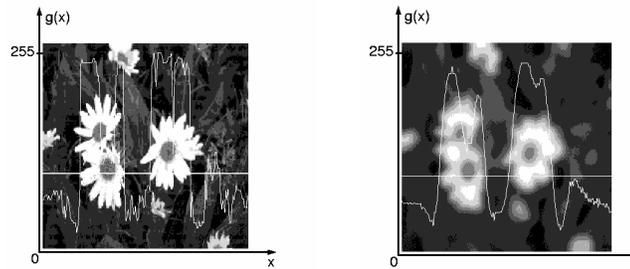
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

8

## Linienprofile

- Unter dem **Linienprofil** versteht man die Verteilung der Grauwerte eines Bildes entlang einer beliebigen Linie
- Profile ermöglichen, geringe Grauwertschwankungen oder lokale Fehler in einem Bild zu erkennen



- Scharfe Objektkanten erzeugen steile Profile, weichgezeichnete Bilder haben glatte Profile

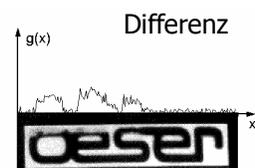
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

9

## Integrierte Linienprofile

- Unter dem **Integrierten Zeilenprofil** versteht man das über mehrere Zeilen summierte Zeilenprofil, entsprechend das Integrierte Spaltenprofil
- Integrierte Zeilen- und Spaltenprofile sind wichtige und vor allem schnelle Werkzeuge
- Sie sind zudem sehr **robust** wegen Verschiebungs-Invarianz
- Ermöglicht **Lokalisation von Fehlern** durch Vergleich mit Referenz-Profil:
  - Bild 1: Referenzprofil
  - Bild 2: Integriertes Zeilenprofil eines modifizierten Bildes
  - Bild 3: Differenz der Profile (skaliert) zeigt Horizontalen Bereich mit Bildfehlern
- Mit der Kombination von Zeilen und Spalten-Profile läßt sich außerdem genau erkennen, an welcher Stelle im Objekt der Fehler liegt



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

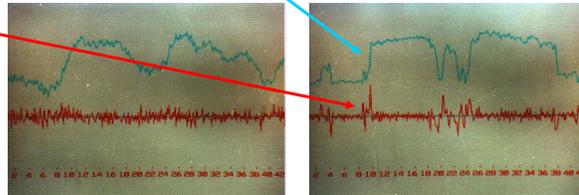
10

## Beispiel-Anwendung: Autofokus

- Realisierung des Autofokus eines Mikroskops durch die Kombination von **Histogramm** und **Zeilenprofil**
  - 1. **Grob-Fokussierung** bis ein bimodales Histogramm entsteht



- 2. **Fein-Fokussierung** bis steiles Linienprofil gefunden ist, d.h. große Ableitungen



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

11

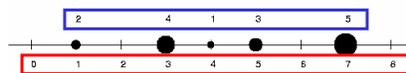
## Schwerpunkte

- Schwerpunkte sind einfachste Charakterisierung für verschiedenste Strukturen
- Herkunft aus der **Mechanik**:
  - Schwerpunkt ist der Punkt des **Gleichgewichtes**
  - Eindimensionaler Stab mit N Gewichten:

$$x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} (x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots + x_N \cdot m_N)$$

Koordinate von Kugel 1

Masse von Kugel 2



$$x_s = \frac{1}{15} (1 + 12 + 4 + 15 + 35) = \frac{67}{15}$$

- Ist ein sogenanntes **Moment erster Ordnung**

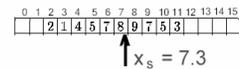
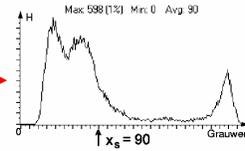
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

12

## Schwerpunkte in der Bildverarbeitung

- Für ein **Histogramm**:
  - „Koordinaten“ sind die Grauwerte
  - „Massen“ sind die Häufigkeiten
  - Der Schwerpunkt ist der statistische Mittelwert (Average, Mean, Erwartungswert)
- Für eine **Bildzeile**:
  - „Koordinaten“ sind die x-Koordinaten
  - „Massen“ sind die Intensitäten
- Für ein **Bild oder Objekt in einem Bild**:
  - „Massen“ sind die Intensitäten
  - Separate Berechnung der x-Koordinate des Schwerpunkts aus den x-Koordinaten der Pixel, und der y-Koordinate aus den y-Koordinaten der Pixel
  - Ist robustes Maß für Position des Objektes



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

13

## Zentrale Momente für 1D-Verteilungen

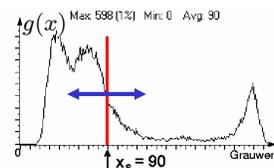
- Allgemeine Formulierung des Schwerpunkts in 1D

$$m_{\text{ges}} = \sum_{x=1}^N g(x) \quad x_s = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N x \cdot g(x)$$

- Zentrales Moment zweiter Ordnung: **Varianz**

$$\sigma^2 = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{x=1}^N (x - x_s)^2 \cdot g(x)$$

- Wurzel daraus ist die **Standardabweichung**  $\sigma$
  - Ist ein Maß für die „Breite“ der Verteilung
- Zentrales Moment dritter Ordnung: **Schiefe/Skewness s**
  - Ist ein Maß für die Asymmetrie der Verteilung
- Zentrales Moment vierter Ordnung: **Exzess/Kurtosis**



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

14

## Zentrale Momente für Bilder

- Allgemeine Formulierung des Schwerpunktes

$$m_{00} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N g(x, y) \quad x_s = \frac{1}{m_{00}} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x \cdot g(x, y) \quad y_s = \frac{1}{m_{00}} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N y \cdot g(x, y)$$

- Allgemeine Momente:

- Die Ordnung des Moments ist  $i+k$   $m_{ik} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x^i y^k \cdot g(x, y)$
- Z.B.  $m_{00}$  ist Summe aller Grauwerte
- Z.B. ist der Schwerpunkt  $(x_s, y_s) = \left( \frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}} \right)$

- Zentrale Momente

- Wichtige Parameter/Merkmale zur **Charakterisierung eines Objektes**. Translationsinvariant (unabhängig von Position)
- Sind Momente nach **Übergang ins Schwerpunkt-System**:

$$\mu_{ik} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (x - x_s)^i (y - y_s)^k \cdot g(x, y)$$

29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

15

## Rauschen

- Demonstration von Bildrauschen

- **Indiziertes Farbbild**: Jedes Pixel trägt eine Farbnummer 0-255, die bei der Darstellung durch „Nachsehen“ in einer **Look-up Tabelle (LUT)** in RGB übersetzt wird.
- Trotz gleicher Objektfarbe „Weiss“ haben offensichtlich die Pixel unterschiedliche Weisstöne, was durch Ändern der Look-up-Tabelle sichtbar wird:



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

16

## Rauschen

- **Deterministische Störungen** in der Bildaufnahme sind oft eliminierbar
  - Integrationszeit, Blendenöffnung
  - Position der Kamera, etc.
- Rauschen bezeichnet im Gegensatz dazu alle **zufälligen Störungen** im Bildsignal
  - Trotz identischem Kameraaufbau und Parameter ergeben 10 Bildaufnahmen 10 verschiedene Bilder.
- Man unterscheidet:
  - Signalabhängiges und -unabhängiges Rauschen
  - Additives/nicht additives Rauschen
  - Nach der Art der **Verteilungsdichte**
  - Nach der **physikalischen Quelle**
  - Beispiele in ImageJ: Gaussches Rauschen, Salt and Pepper Noise

29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

17

## Rauschen

- Rauschen läßt sich oft nicht vermeiden, aber man sollte versuchen
  - Die verschiedenen Quellen herauszufinden
  - Das Rauschen klein zu halten: kontrollierbare Effekte sollten kleiner als die unkontrollierbaren sein
  - Das Rauschen zu modellieren (additiv? signalunabhängig? bekannte Verteilungsdichten?)
- Maß für die **Größe** des Rauschens:
  - **Signal-zu-Rausch-Verhältnis** (Signal-to-Noise-Ratio **SNR**) = (Logarithmisches) Verhältnis zwischen Signal-Leistung und Rausch-Leistung
  - Bei Bildern ist die SNR berechenbar:

$$SNR = 20 \cdot \log_{10} \frac{\mu_I}{\sigma_N} \text{ dB}$$

Mittelwert der Pixelwerte

Standardabweichung des Rauschens

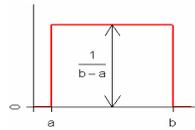
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

18

## Verteilungsdichten für Rauschen

- Gleichverteilt:
  - kontinuierliche oder diskrete Variablen



Die Gleichverteilung:

$$U(x) = \frac{1}{b-a}$$

mit  $a \leq x \leq b$

- Normalverteilt/Gauß-verteilt:
  - kontinuierliche Variablen



Die Gaußverteilung:

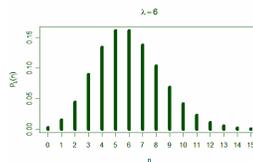
$$G(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

mit den Parametern:

$\mu$ : Mittelwert

$\sigma$ : Standardabweichung

- Poisson-verteilt
  - diskrete Variablen



Die Poissonverteilung:

$$P(x) = \frac{(np)^x}{x!} \cdot e^{-np}$$

mit den Parametern:

$n$ : Umfang der gesamten Messung

$p$ : Anteil des Rauschens an der gesamten Messung

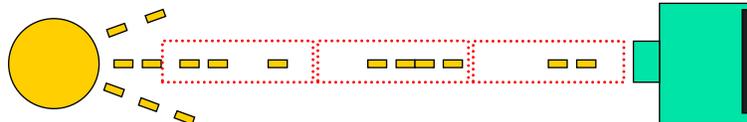
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

19

## Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Photonenrauschen:
  - Ursache: **Quantennatur des Lichts**. Die Anzahl der Photonen, die während der Belichtungszeit auf die lichtempfindliche Fläche eines Pixels trifft, ist selbst bei gleicher Helligkeit nicht konstant



- Bei niederen Lichtintensitäten ist der Effekt besonders einschneidend, bei hohen Intensitäten vernachlässigbar
- Verteilungsfunktion: **Poissonverteilung** (Einzelereignisse)
- nicht signalunabhängig
  - Standardabweichung ist Wurzel des Mittelwerts der Bildintensität
- Abhilfe: Sensor auf hohem Sättigungsniveau fahren d.h. hohe Lichtintensität bzw. lange Integrationszeiten

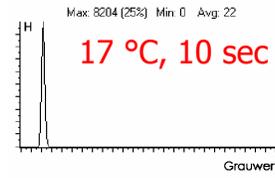
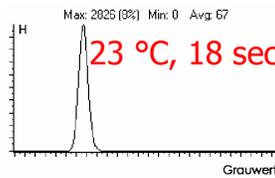
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

20

## Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Thermisches Rauschen:
  - Ursache: **Thermische Energie der Elektronen** im Halbleitermaterial. Gelangen diese in das Leitungsband, so werden sie ebenfalls „integriert“
- Besteht aus Überlagerung zweier Phänomene:
  - **Dunkelstrom** und Rauschen des Dunkelstroms
- Verteilungsfunktion: **Gaußverteilung**
- Signalunabhängig, additiv
  - Mittelwert: abhängig von der Temperatur + Integr.-Zeit
  - Standardabweichung: abhängig von der Integrationszeit
- Abhilfe: Filterung des Ergebnisbildes, Subtraktion des Rauschbildes, Kühlung der Kamera



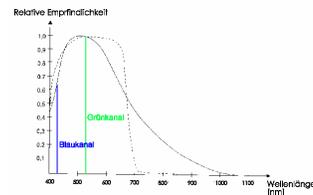
29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

21

## Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Ausleserauschen:
  - Ursache: **Unvollständiges Auslesen** der aufintegrierten Ladung
  - Verteilungsfunktion: unbekannt
  - Die Anzahl der pro Pixel verbleibenden Elektronen liegt bei 40-80
  - Abhilfe:
    - zweifaches korreliertes Auslesen: Spannungsmessung vor und nach der Belichtung und Differenzbildung
    - Mittelung mehrerer Aufnahmen. Rauschreduzierung ist proportional zur Quadratwurzel der Anzahl der gemittelten Aufnahmen
- Verstärkerauschen:
  - Ursache: **Thermisches Rauschen** in Hardware der **BV-Karte**
  - Verteilungsfunktion: Gaußfunktion, signalunabhängig, additiv
  - Vernachlässigbar außer für 3-Chip CCD-Kameras mit verstärktem Blau-Kanal:



29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

22

## Rauschquellen bei der CCD-Kamera

- Quantisierungsrauschen:
  - Ursache: **Übergang vom Analog- zum Digitalwert**, dabei gehen alle Signalschwankungen innerhalb einer Quantisierungsstufe verloren.
  - signalunabhängig, additiv
    - Mittelwert Null, Standardabweichung abhängig von Speichertiefe
  - Abhilfe: höhere Speichertiefe
- Inhomogenitäten im CCD Chip:
  - Ursache: **unterschiedliche Empfindlichkeiten der Pixel** durch Dotierungsschwankungen
  - Die Empfindlichkeit benachbarter Pixel unterscheiden sich um weniger als 1%, über den ganzen Chip hinweg weniger als 10%.
  - Verteilungsfunktion: unbekannt
  - Abhilfe: Filterung, Subtraktion von Normierungsbildern (flat field frames)
- Weitere Details zu den Rausch-Arten:  
<http://www.astronomie.de/fachbereiche/spektroskopie/einfuehrung/6-2-ccd.htm>

29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

23

## Zusammenfassung

- Statistische Größen enthalten Informationen über das Bild in abstrakter Form
  - Das **Histogramm**: Aussagen über Beleuchtung, Kontrast, Verwendung zur einfachen Segmentierung usw.
  - Die **Entropie**: Zeigt den Informationsgehalt und hiermit die Kompressionsfähigkeit für Signalkompressionsverfahren an
  - Das **Linienprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede auf, ist Indiz für die Bildschärfe
  - Das **integrierte Zeilen- oder Spaltenprofil**: zeigt kleine Grauwertunterschiede innerhalb einer Fläche auf
  - **Schwerpunkt und zentrale Momente** können zur Erzeugung von charakteristischen Objektparametern herangezogen werden
- **Bildrauschen**
  - ist ein statistisches Phänomen und spielt eine große Rolle bei kleinen Lichtintensitäten.
  - Die Ursachen des Bildrauschen sind vielfältig: Photonenrauschen, thermisches Rauschen, Ausleserauschen, Verstärkerauschen, Quantisierungsrauschen, Inhomogenitäten im CCD - Chip

29.11.2005

B. Haasdonk, Digitale Bildverarbeitung, FH Offenburg WS 05/06

24

## Aufgaben

- 1. **Grauwert-Histogramm:**
  - Geben Sie das Grauwert-Histogramm der Bilder auf Folie 3 als Balkendiagramm an, wenn von 8 Grauwerten ausgegangen wird, und der Hintergrund 76% der 20x20 Pixel ausmacht.
- 2. **Farb-Histogramme:**
  - a) Konstruieren Sie zwei verschiedene Farb-Bilder, die identische (eindimensionale) r,g,b-Histogramme besitzen, aber dieselben Farben aufweisen.
  - b) Konstruieren Sie zwei verschiedene Farb-Bilder, die identische (eindimensionale) r,g,b-Histogramme besitzen, aber komplett unterschiedliche Farben aufweisen.
  - c) Untersuchen Sie mit ImageJ die Farbhistogramme des Bildes flowers.tif von der Webseite und beschreiben Sie die Dynamik-Verhältnisse. Wie könnte man diese Einsicht zur Bildverbesserung nutzen?
- 3. **Rauschen, SNR**
  - Laden Sie das bild grey.tif von der Webseite und Addieren Sie Gaussches Rauschen mit Standardabweichung 1.27 bzw. 12.7 (Process -> Noise-> Add specified Noise). Erläutern Sie die Struktur des resultierenden Histogramms.
  - Welches Signal-zu-Rausch-Verhältnis besteht in den beiden Fällen?



## Bild-Referenzen

Die Bilder wurden entweder selbst erstellt, stammen aus dem WBT/Skript von Frau Erhardt oder aus folgenden Quellen (identische bzw. fortgesetzte Nummerierung wie im Skript):

- [51] A. Teynor. „Image Retrieval in the Compressed Domain Using JPEG2000“. Diplomarbeit, Fachhochschule Augsburg, Fachbereich Informatik, 2003
- [52] <http://www.luminous-landscape.com/tutorials/understanding-series/understanding-histograms.shtml>