

Algorithmen zur digitalen Signal- und Bildverarbeitung I

Prof. Dr.-Ing H. Burkhardt

Lehrstuhl für Mustererkennung und
Bildverarbeitung

Institut für Informatik

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Inhalt

1. Einleitung
 - Historie, Anwendungsgebiete, Problemstellung, Komplexität
2. Darstellung von Signalen und Bildern in Vektorräumen
 - lineare Vektorräume, Projektionssatz, Bestapproximation und Pseudoinverse, Hilbertraum, verallgemeinerte Fouriertheorie, isomorphe Abbildungen in Vektorräumen
3. Signal- und Bildtransformationen
 - Fourier, Walsh, Karhunen-Loeve, Cosinus, allgemeine 2D-Transformationen mit separierbarem Kern
4. Methoden zur Bildcodierung, JPEG-Standard
5. Schnelle Algorithmen
6. Signal- und Bildfilterung sowie Korrelation
7. Wavelets

VERTIEFUNGSBLOCK

„Graphische und Bildverarbeitende Systeme“

Prof. Dr. H. Burkhardt

Prof. Dr. M. Teschner

Junior-Prof. Dr. O. Ronneberger

5. Sem. (WS)	6. Sem. (SS)	7. Sem. (WS)	8. Sem. (SS)
Grundlagen der Mustererkennung (Kursvorlesung) (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithmen zur Digitalen Bildverarbeitung I (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithmen zur Digitalen Bildverarbeitung II (2 V, 3 ECTS, Burkhardt)	
		Seminar Bildanalyse und Computersehen (wechselnde Themen) (4 SWS, 6 ECTS, Burkhardt)	
Bildverarbeitungspraktikum I (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Bildverarbeitungspraktikum II (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Grundlagen d. Rechnersehens I (Computer Vision I) (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)	Grundlagen d. Rechnersehens II (Computer Vision II) (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)
Simulation in der Computergraphik (2 V, 2Ü, 6 ECTS, Teschner)	Computergraphik (2 V, 2 Ü, 6 ECTS, Teschner)	3D Bildanalyse (2 V, 2Ü, 6 ECTS, Ronneberger)	
	Praktikum Computergraphik (4 SWS, 6 ECTS, Teschner)	Seminar Computer Animation (2 SWS, 4 ECTS, Teschner)	Seminar Physikalisch-basierte Animation (2 SWS, 4 ECTS, Teschner)
Oberseminar (Burkhardt/Teschner) Bildverarbeitung, Computersehen und Computergraphik			

MAJOR

„Computer Graphics and Image Processing“

Prof. Dr. H. Burkhardt

Prof. Dr. M. Teschner

Junior-Prof. Dr. O. Ronneberger

5. Sem. (WS)	6. Sem. (SS)	7. Sem. (WS)	8. Sem. (SS)
Fundamentals of Pattern Recognition (Key Course) (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithms for Digital Image Processing I (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithms for Digital Image Processing II (2 V, 3 ECTS, Burkhardt)	
		Seminar Image Analysis and Computer-Vision (4 SWS, 6 ECTS, Burkhardt)	
Lab Course Image Processing I (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Lab Course Image Processing II (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Computer Vision I (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)	Computer Vision II (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)
Simulation in Computer Graphics (2 V, 2Ü, 6 ECTS, Teschner)	Computer Graphics (2 V, 2 Ü, 6 ECTS, Teschner)	3D Image Analysis (2 V, 2Ü, 6 ECTS, Ronneberger)	
	Lab Course Computer Graphics (6 ECTS, Teschner)	Seminar Computer Animation (4 ECTS, Teschner)	Seminar Physically-based Animation (4 ECTS, Teschner)
Oberseminar (Burkhardt/Teschner) Bildverarbeitung, Computersehen und Computergraphik			

Seminar im SS 2010

[Algorithmen zur Clusteranalyse.htm](#)

Bildverarbeitungspraktikum I (WS)

(Bachelor-Projekt oder Master-Praktikum zusammen mit BV-Praktikum II (6 ECTS))

Der Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung bietet im WS ein Praktikum der Bildverarbeitung im Umfang von 3 Kreditpunkten an.

Das Bildverarbeitungspraktikum I umfasst Versuche zu folgenden Themen:

- Bildvorverarbeitung
- Mustererkennung
- Kamerakalibrierung
- Autofokussysteme
- Der Farbraum

Durch praktisches Arbeiten und Experimentieren lernt der Student interessante Aspekte der Bildverarbeitung kennen. Hard- und Softwarekomponenten werden vorgestellt und Algorithmen zum maschinellen Sehen entwickelt. Die Veranstaltung ist ergänzend zum Vorlesungsstoff, so dass keine speziellen Vorkenntnisse erforderlich sind.

Termine: an 5 Terminen im Semester, Do. 14.00 - 18.00 Uhr,

Ort: Geb. 052, Laborraum 02-003/005

Vorbesprechung: [noch offen](#)

Adressaten: Studenten der Informatik, Mathematik, Physik oder Biologie.

Betreuer: Henrik Skibbe, Email: skibbe@informatik.uni-freiburg.de

Telefon: 203 8274 oder -8260 (Skr.)

Bildverarbeitungspraktikum II (SS)

(Bachelor-Projekt oder Master-Praktikum zusammen mit BV-Praktikum I (6 ECTS))

Der Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung bietet im SS ein Praktikum der Bildverarbeitung im Umfang von 3 Kreditpunkten an. Das Bildverarbeitungspraktikum II umfasst Versuche zu folgenden Themen:

- Klassifikatorentwurf
- Aktives Sehen
- Beleuchtungsmodelle
- 3D-Meßzelle
- Morphologische Bildverarbeitung

Durch praktisches Arbeiten und Experimentieren lernt der Student interessante Aspekte der Bildverarbeitung kennen. Hard- und Softwarekomponenten werden vorgestellt und Algorithmen zum maschinellen Sehen entwickelt. Die Veranstaltung ist ergänzend zum Vorlesungsstoff, so dass keine speziellen Vorkenntnisse erforderlich sind.

Termine: an 5 Terminen im Semester, Do. 14.00 - 18.00 Uhr,

Ort: Geb. 052, Laborraum 02-003/005

Vorbesprechung: [22.04.09, 14h, in Geb. 052, 02-005](#)

Adressaten: Studenten der Informatik, Mathematik, Physik oder Biologie.

Betreuer: Henrik Skibbe, Email: skibbe@informatik.uni-freiburg.de

Telefon: 203 8274 oder -8260 (Skr.)

Digitale Bildverarbeitung II

(2 SWS, Credit Points: 3)

Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Beschreibung:

Die Vorlesung baut auf der Spezialvorlesung *Algorithmen zur Digitalen Bildverarbeitung* auf und behandelt ausgewählte Anwendungen.

Im ersten Teil werden lineare und nichtlineare Optimalfilteralgorithmen zur Restauration gestörter Bilder behandelt. Die linearen Optimalfilter werden aus dem Projektionssatz abgeleitet. Unter Beachtung eines endlichen Quellsignalalphabetes der Originalbilder werden lineare und nichtlineare Bildstörungen mit Hilfe von Markovprozessen beschrieben. Eine Maximum-a-posteriori-Schätzung führt unter Anwendung der dynamischen Programmierung (Viterbi-Algorithmus) auf ein nichtlineares Optimalfilter. Außerdem wird auf die Parallelisierung des Algorithmus und auf die Berechnung der Schätzgüte näher eingegangen.

Im zweiten Teil der Vorlesung werden Algorithmen zur Bewegungsschätzung in Bildsequenzen behandelt. Es wird von einem schnellen Algorithmus zur Laufzeitschätzung bei eindimensionalen Signalen ausgegangen. Das Bewegungsmodell wird auf die planare und räumliche Bewegung ebener Graubildvorlagen erweitert und der Schätzalgorithmus verallgemeinert. Die Algorithmen werden im Hinblick auf ihr Konvergenzverhalten und ihre arithmetische Komplexität analysiert.

INHALT

1 Methoden zur Bildrestauration

1.1 Modellierung von Bildstörungen

1.2 Lineare Optimalfilter

1.2.1 Pseudoinverse Filterung

1.2.2 2-D Wiener Filter

1.3. Nichtlineare Optimalfilter

1.3.1 Modellierung von Bildstörungen mit Markovprozessen

1.3.2 Dynamische Programmierung und der Viterbi-Algorithmus

1.3.3 MAP-Restauration von Bildern bei bekannten

Signaleinschränkungen

2 Algorithmen zur Bewegungsschätzung in Bildsequenzen

2.1 Der Modifizierte Newton-Raphson-Algorithmus

2.2 Laufzeitschätzung in eindimensionalen Signalen

2.3 Bewegungsschätzung in Bildern

1. Einleitung

Zur Historie

1920 wurden die ersten Bilder digital kodiert mit Kabel über den Atlantik übertragen. Dies ergab eine Reduktion für den Bildtransport von über eine Woche (Schiff) auf weniger als 3 Stunden (zuerst 5 Graustufen)

Später während der Blüte der Raumfahrtprogramme enorm wachsendes Interesse an der digitalen Bildverarbeitung unter Einsatz immer leistungsfähiger werdender Rechner.

1964 wurden die ersten Bilder vom Mond durch die Raumfähre Ranger 7 übertragen und mit dem Rechner Störungen der Kamera korrigiert.

Später stark verbesserte Methoden der *Bildcodierung*, *Bildverbesserung* und *Bildrestauration* bei verschiedenen unbemannten und bemannten Missionen zum Mond, Mars, Saturn oder Jupiter.

Warum *digitale* Bildverarbeitung?

- Datenübertragung und Speicherung heute zunehmend *digital* und nicht mehr *analog*. Somit auch zusätzliche Bildverarbeitung mit dem Rechner naheliegend.
- Digitale Bildverarbeitung wesentlich vielseitiger und flexibler als optische oder analoge elektronische Bildverarbeitung
- Problem: Geschwindigkeit (Pipeline- und Parallelverarbeitung!)

ANWENDUNGSGEBIETE DER DIGITALEN BILDVERARBEITUNG UND MUSTERERKENNUNG

1. Visuelle Qualitätskontrolle und Produktionsüberwachung, Robotik

- Materialprüfung, Oberflächen- und Schliffbildanalyse, Ultraschallbildauswertung, Schadenfrüherkennung (Turbinengeräusche, Bruch von Bohrern), Bestückungsprüfung, Infrarotbildauswertung, Werkstückerkennung, Navigation

2. Bilddatenübertragung mit Datenkompression (Bildcodierung)

- Videokonferenz, Bildtelefon, Internet-Anwendungen

3. Zeichenerkennung und automatische Dokumentauswertung und -bearbeitung

- Anschrift- und Belegleser, Bilder und Text, symbolische Auswertung von Kartenmaterial und Zeichnungen, symbolische Speicherung der Objekte, Handschriftenerkennung und Verifikation von Unterschriften

4. Sprach- und Musikerkennung

- Spracherkennung, automatische Auskunftssysteme Sprachverifikation (Zugangskontrollsysteme)
- Automatisches Erstellen von Noten aus Musikaufnahmen (Volksmusik/Musikaufzeichnungen von Eingeborenen)

5. Medizinische Bildauswertung

- EKG (Elektrokardiogramm-Messung der Aktionsströme des Herzens Hinweis auf Schädigung des Herzmuskels, sowie Leistungs- und Stoffwechselstörungen)
- EEG (Elektroenzephalogramm-Messung der Aktionsströme im Gehirn Hinweis auf Gehirnstörungen)

- Tomographie (MR,CT), Ultraschall, Röntgenbilder, mikroskopische Analysen (Zellbildklassifikation, Chromosomen, Gewebsschnitte, Blutbild), EKG, EEG

Medizinische Studie von USA:

(siehe Niemann)

Die medizinisch auszuwertenden Datenmengen sind enorm groß. In USA werden jährlich ca. 650 Mio. Röntgenaufnahmen genommen und man schätzt, daß 30% der Anomalien bei der Röntgendiagnose unentdeckt bleiben.

Gebiet Zelldiagnose: hier werden 20.000-40.000 Personen beschäftigt und man nimmt an, daß 40% nicht zufriedenstellend ausgewertet werden.

Für die Blutbildanalyse hingegen gibt es bereits sehr gute Geräte. Im Bereich der Röntgenbildanalyse gibt es noch erheblichen Forschungsbedarf!

6. Satelliten- und Flugbilddauswertung (multispektrale Sensoren)

- Remote sensing (Auswertung von Flugzeug- und Satellitenbildern), Photogrammetrie, Umweltüberwachung, Meteorologie und Ozeanographie (Wolkenbilder, Wellenbildanalyse), Vegetationsüberwachung (Schädlingsbefall, Ernteerträge, Baumbestand), Exploration und Geologie, Geographie (Stadtplanung, autom. Kartenerstellung)

7. Biologie

- Überwachung von Zellwachstumsvorgängen (mit und ohne Tracer), Analyse von Mikroorganismen

8. Kriminalistik

- Fingerabdrücke, Erkennung von Gesichtern

9. Verbesserung der Auflösung von Licht- und Elektronenmikroskopen

Hauptanwendungsgebiete der DBV

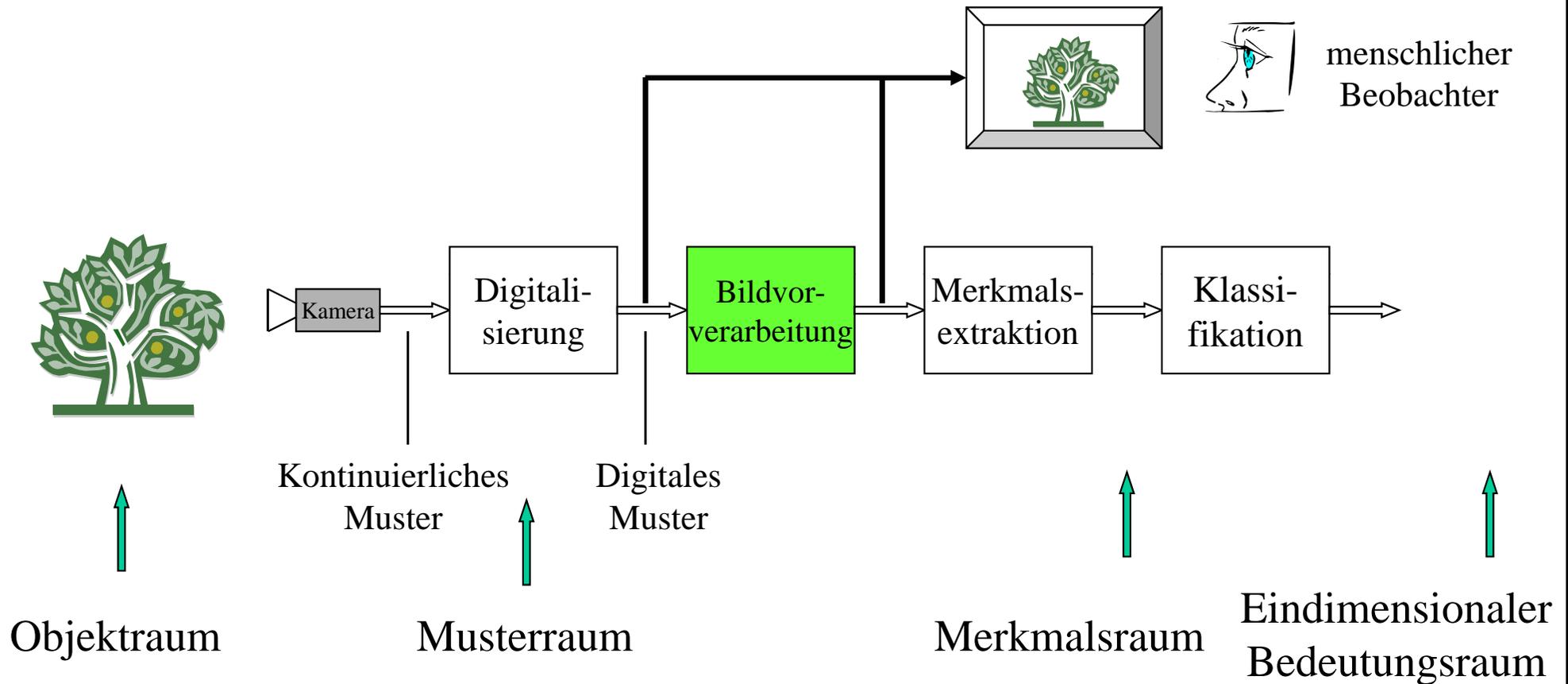
Verbesserung und Aufbereitung von Bildern vor der visuellen oder automatischen Weiterverarbeitung:

- Bildrestauration (image restoration)
- Bildverbesserung (image enhancement)
- Bildnormierung (Kontrast, Helligkeit, Farbe)
- Bildkodierung (image coding)

Enge Verbindung zu angrenzenden Gebieten:

Optik, Informationstheorie und Signalverarbeitung,
Mustererkennung, Künstliche Intelligenz, Neuronale Netze

Allgemeines Schema zur Bildverarbeitung und Mustererkennung



Im allgemeinen gibt es keinen geschlossenen Lösungsweg für ein Mustererkennungsproblem. Wegen der Komplexität der Aufgabenstellung wählt man eine gestufte, modulare Vorgehensweise

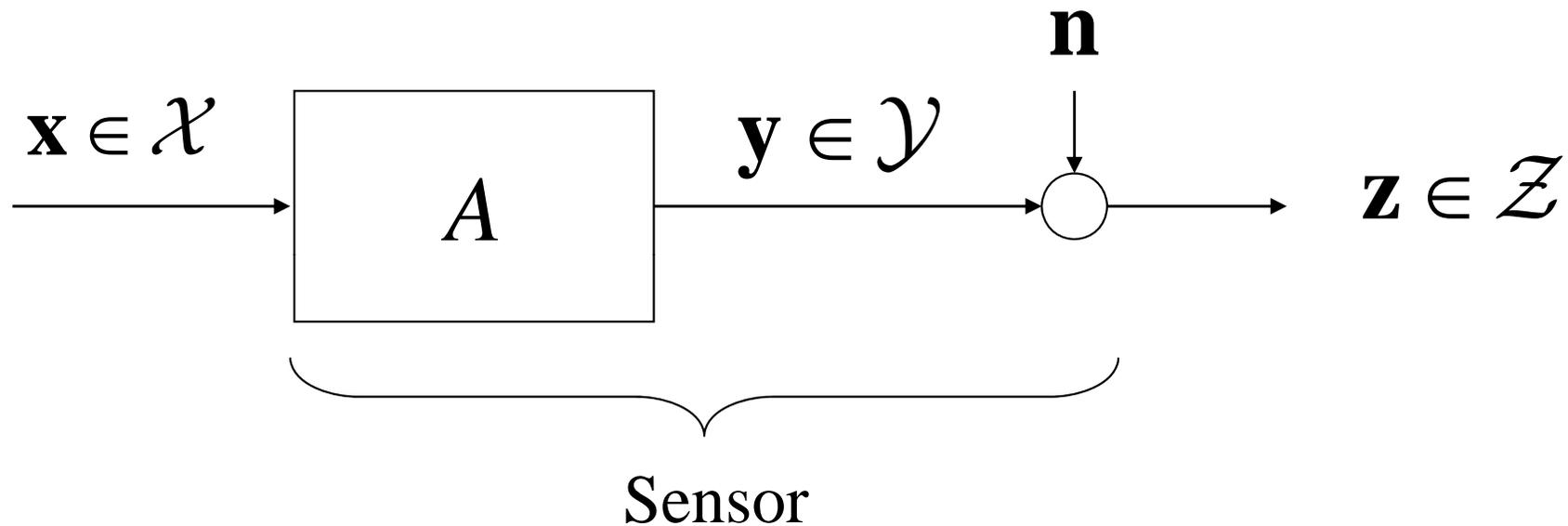
Objektraum:

$f(\mathbf{x})$ Vektorfunktion in Abhängigkeit einer vektoriellen unabhängigen Variablen \mathbf{x}
z.B. Farbe und Intensität als Funktion von
2-3 Ortskoordinaten, oder: Betrag und Orientierung eines
elektromagnetischen Feldes als Funktion von Ort und Zeit

Musterraum:

$f(\mathbf{x})$ häufig skalare Funktion
z.B. Graubild als Funktion von Ort und Zeit
beim Einsatz von Kameras i.a. Projektion einer 3D-Szene
in die Kameraebene (Zentral- oder vereinfacht:
Parallelprojektion)

Wie beschreibt man mathematisch die Wirkung des Sensors?



\mathcal{X} : Objektraum
 \mathcal{Z} : Musterraum

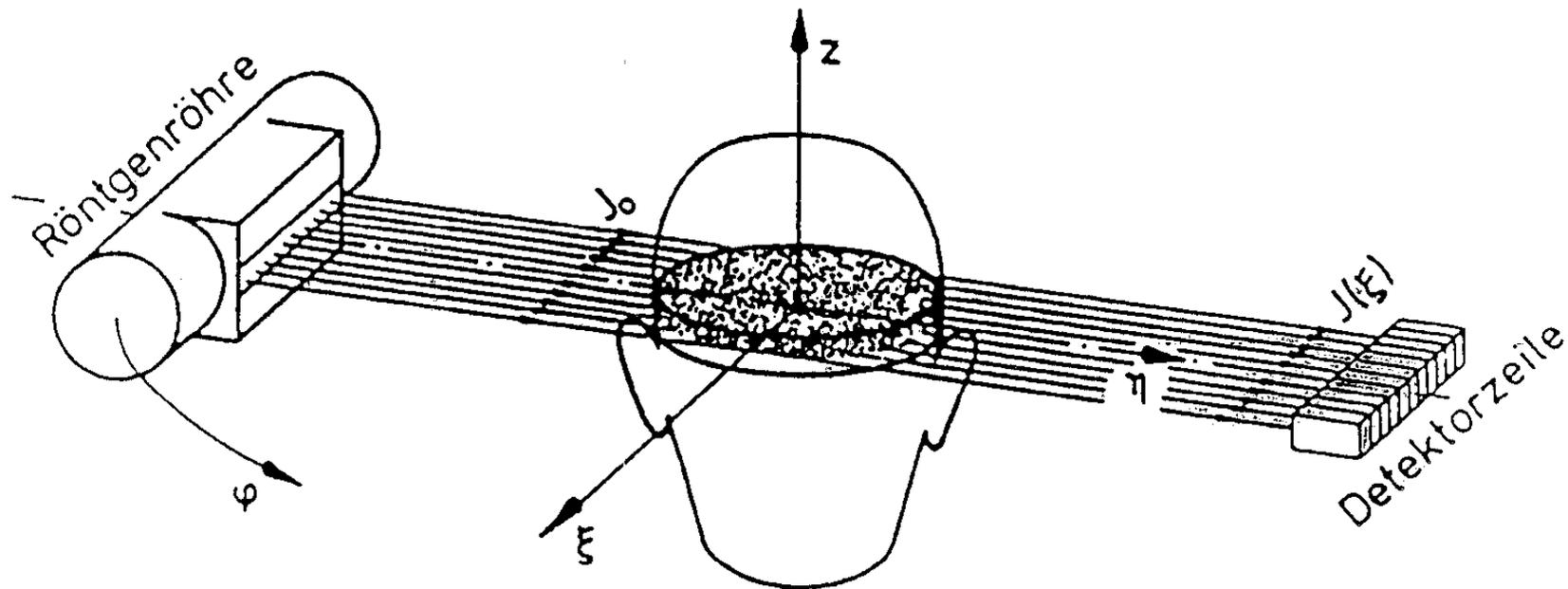
Die mathematische Abbildung A beschreibt die Eigenschaften des Sensors:

$$\mathbf{z} = A(\mathbf{x}) + \mathbf{n} \quad (\text{I})$$

Häufig ist zusätzliches Wissen vorhanden, welche in Form von Nebenbedingungen vorliegen, wie z.B. nur positive Intensitäten möglich, Zeit- oder Ortsbegrenztheit oder ein diskreter Wertevorrat. Diese Nebenbedingungen lassen sich häufig in Form von einer Fixpunktbedingung angeben:

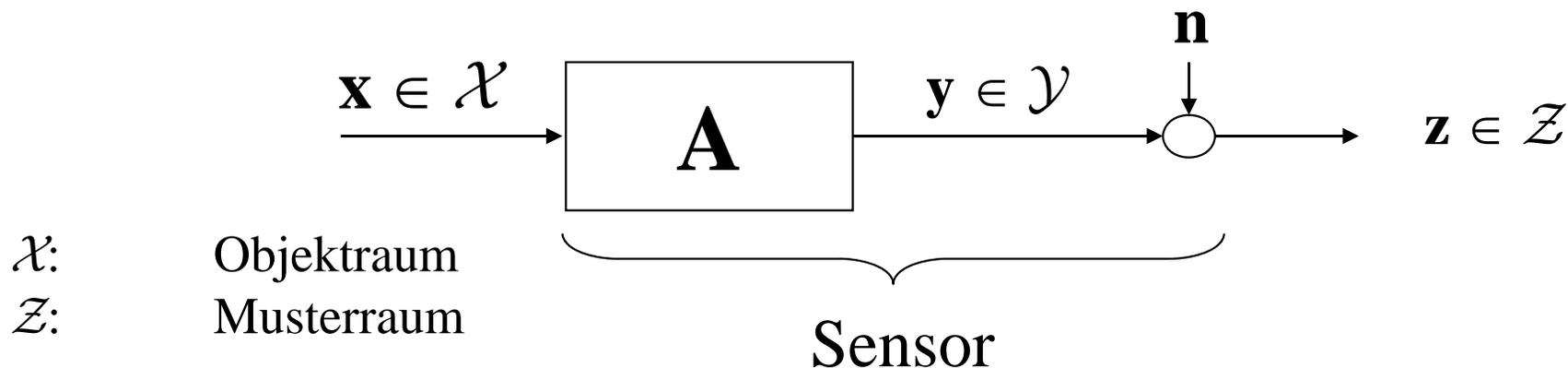
$$\mathbf{x} = C(\mathbf{x}) \quad (\text{II})$$

Beispiel für ein inverses Problem: Röntgentomographie



Lösung des inversen Problems: Rückschluss von \mathcal{Z} auf \mathcal{X}

Frage nach der Existenz von \mathbf{A}^{-1}



I.a. Defekt in der Abbildung, Reduktion auf einen Unterraum, d.h. ein Teil von \mathcal{X} ist unwiederbringlich verloren gegangen, z.B. einfache Dispersion. Damit: mathematisch schlecht gestelltes inverses Problem!

Verbesserter Rückschluss auf Originalverhältnisse bei Beachtung von Nebenbedingungen (konvexe und nichtkonvexe); Problem: mathematisch schwierig!

Welche Fälle bei der Bildaufnahme (Sensor) kann man unterscheiden:

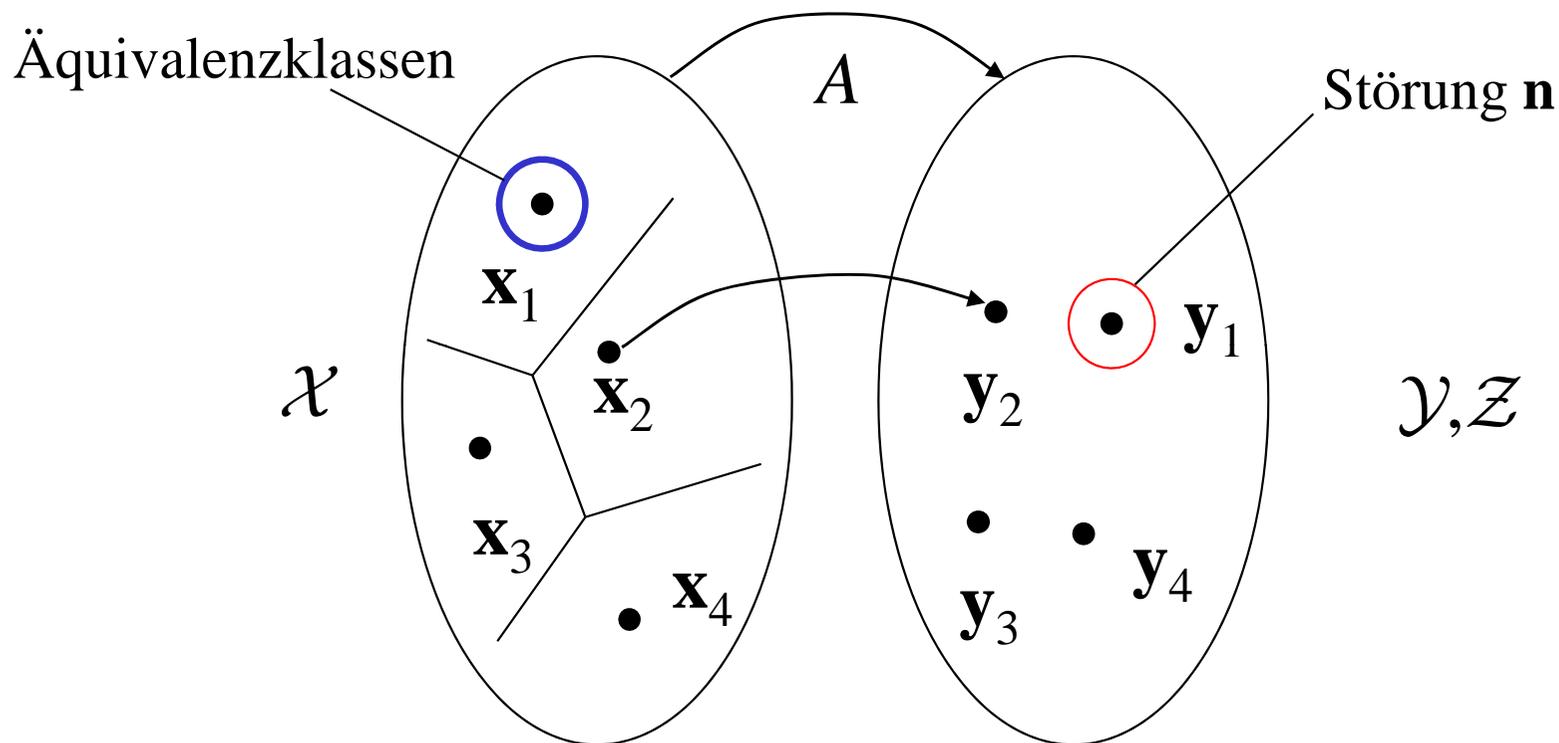
- A ist bijektiv
d.h. die Äquivalenz- oder Bedeutungsklassen bilden abgeschlossene und damit vollständige Mengen, z.Bsp. Geometrische Transformationen mit den Eigenschaften einer mathematischen Gruppe wirken auf die Objekte
- Unvollständige und gestörte Daten
 - Unvollständige Beobachtungen durch eine Abbildung A auf Unterräume (tomographische Projektionen, Okklusionen und partielle Ansichten, Dispersionen), daraus folgt: mathematisch schlecht gestellte inverse Probleme
 - gestörte Beobachtungen ($\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$)

Wie fügt sich die Mustererkennung in die allgemeine Schätztheorie für Bilder oder allgemeiner Signale ein?

In der Schätztheorie unterscheidet man zwischen:

- Schätzaufgabe (estimation)
- Detektion (detection)
- Mustererkennung (pattern recognition)

Charakterisierung der drei Aufgabenstellungen in Signalvektorräumen:



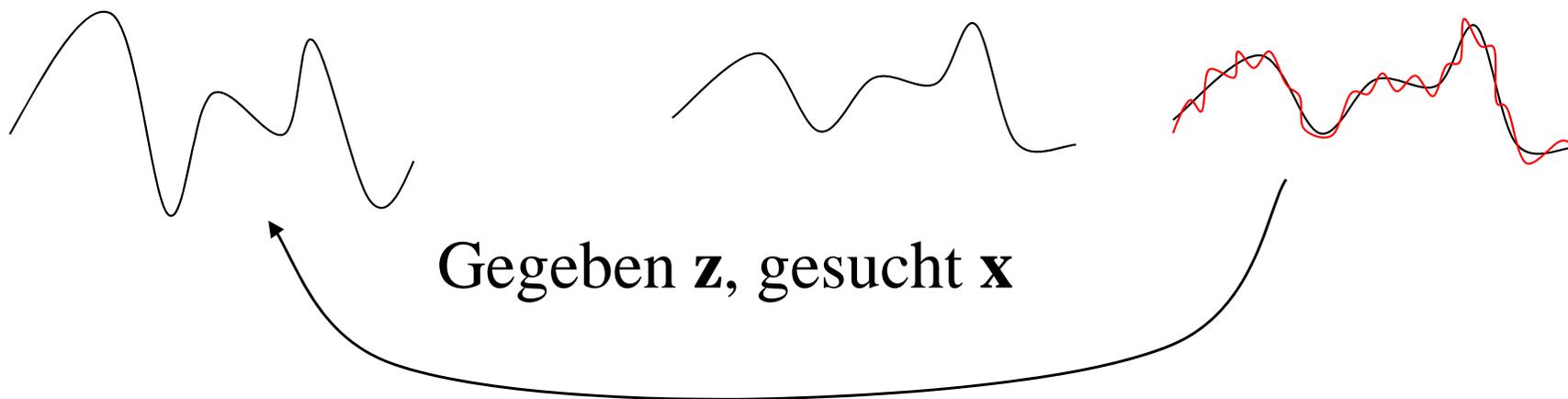
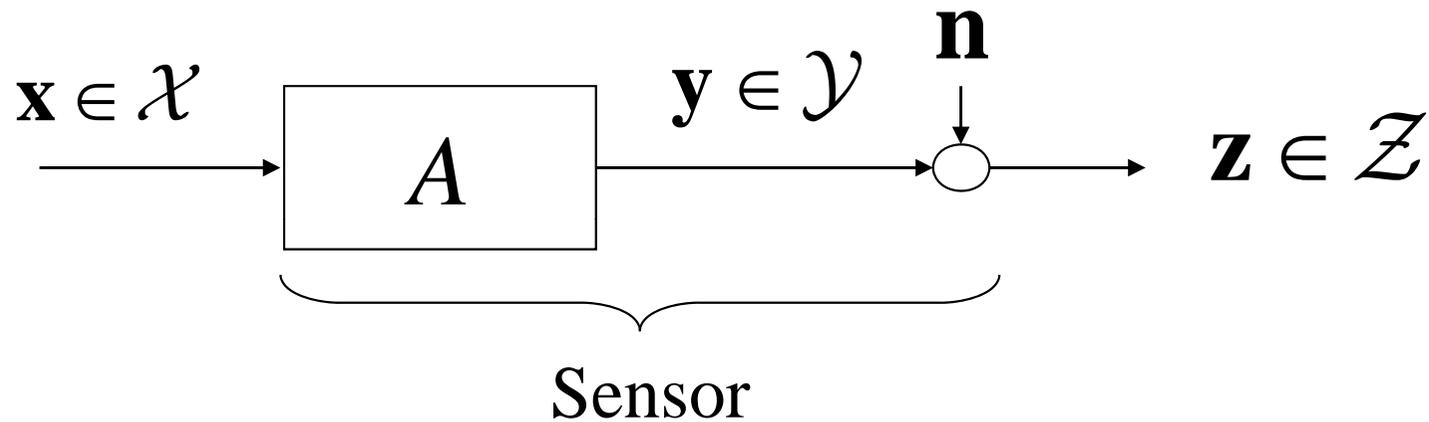
1. Vollbesetzter Objektsignalraum: **Signalschätzung**
2. Es existiert nur eine Untermenge aller möglichen Signale: **Detektion**
3. Es existieren endlich viele Signalklassen (Äquivalenz- oder Bedeutungsklassen): **Mustererkennung**

$$\mathbf{x} \in \mathcal{X}$$

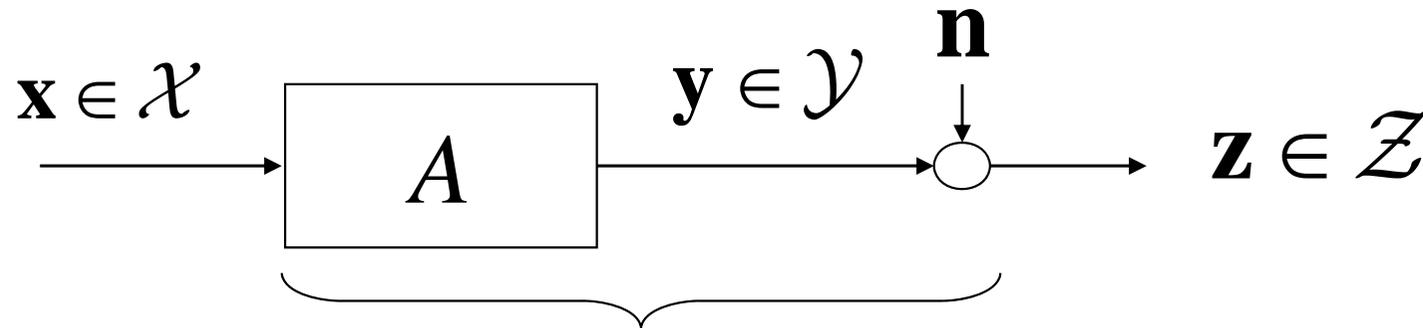
$$\mathbf{x} \in \mathbf{x}_i \subset \mathcal{X}$$

$$\mathbf{x} \in \mathcal{E}_i; \mathbf{x}_i \subset \mathcal{X}$$

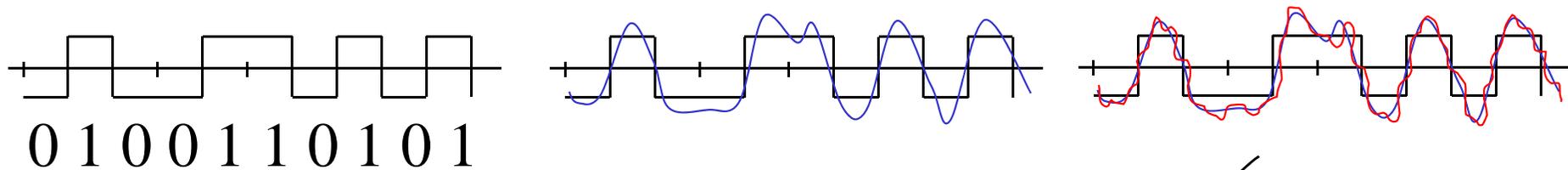
Beispiel für die Signalschätzung: Aufgaben der Meßtechnik



Beispiel für die Signaldetektion: Digitale Signalübertragung



Übertragungsleitung



Gegeben \mathbf{z} , gesucht \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{A} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0,9 \\ 0,1 \\ -0,1 \\ 1,1 \\ 1,2 \end{bmatrix}$$

\mathbf{x} liegt auf einem Hyperkubus!

Visuelle Informationsverarbeitung

Kenndaten von biologischen Sehsystemen

Netzhaut
(menschl. Auge)

bis zu 160 000 Sehzellen/mm² (Bussard: 10⁶)
insgesamt: 125 Millionen Zellen
1500 Helligkeitsstufen (transiente Empfindlichkeit)

Neuronen

Schaltzeiten: ca. 1ms
Laufzeiten: bis zu 120 m/s
Dichte: 10-15 000 Zellen/mm²
Gehirn insgesamt: 10¹¹ Zellen (100 GBit=ca. 10 GByte)
Vernetzungsgrad: 1-10 000 Verbindungen/Zelle (Synapsen)

Kenndaten von Rechnersehsystemen

Diodenmatrix

3,3 Mio. Zellen auf 30 mm² => 110 000 Zellen/mm²
256 Helligkeitsstufen/Farbkanal

Digitalbausteine

Schaltzeiten: 1-10 ns
Laufzeiten: 30 cm/ns
Integrationsdichte: 640 000 Bit/mm²
Gesamtspeicher: 10⁹ Byte= 1 GByte
Vernetzungsgrad: 1-10

Informationsdatenraten für die Kommunikation mit dem Rechner

Tastatur: 10 Byte/sek

Sprache: 10 KByte/sek

Bilder (TV): 10 MByte/sek

Auge: 10 GByte/sek



Faktor 1000

Faktor 1000

Faktor 1000



Chinesisches Sprichwort:

„Ein Bild sagt mehr als tausend Worte“

Grenzen serieller Bildverarbeitung

Aufgabe: Korrelation eines Bildes der Dimension
 $N=1000 \times 1000$ Bildpunkte

Direkte Realisierung: $\sim (N^2)$ Operationen
 $\hat{=} 10^{12} \cdot 1 \mu\text{s} = 10^6 \text{ s} = 277 \text{ Stunden} = 11,5 \text{ Tage}$

Möglichkeiten zur Reduktion der Rechenzeiten:

1. Algorithmen mit geringerer Komplexität
($O(N \log N) \hat{=} 20 \text{ s}$)
2. Parallelverarbeitung ($20 \text{ Zyklen} \hat{=} 20 \text{ ns}$)

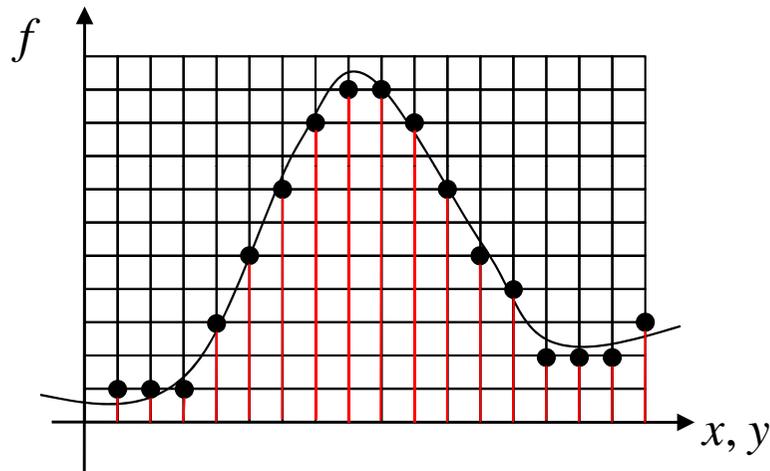
Berechnungskomplexität typischer Bildverarbeitungsprobleme (Video-Realzeit)

(Bilddimension $N=512 \times 512=2^{18}$, 25 Vollbilder/Sek, ca. 6,5 MByte/Sek pro Farbkanal)

Aufgabe	Komplexität	Rechenleistung
Dynamikkorrektur	$\sim (1 \cdot N)$	10 MFlop/s = 10^7 Flop/s
Lokale Filterung (5x5)	$\sim (25 \cdot N)$	250 MFlop/s = $2,5 \cdot 10^8$ Flop/s
Diskrete Fouriertransformation	$\sim (N \cdot N) = \sim (2^{18} \cdot N)$	2500 GFlop/s = 2,5 TFlop/s = $2,5 \cdot 10^8$ Flop/s
Schnelle Fouriertransformation	$\sim ((\log N) \cdot N) = \sim (18 \cdot N)$	200 MFlop/s = $2 \cdot 10^8$ Flop/s

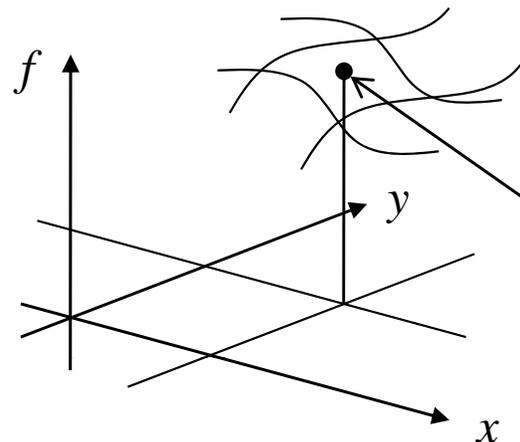
Digitale Bildverarbeitung

=> Verarbeitung *örtlich* und *wertemäßig* diskretisierter Signale



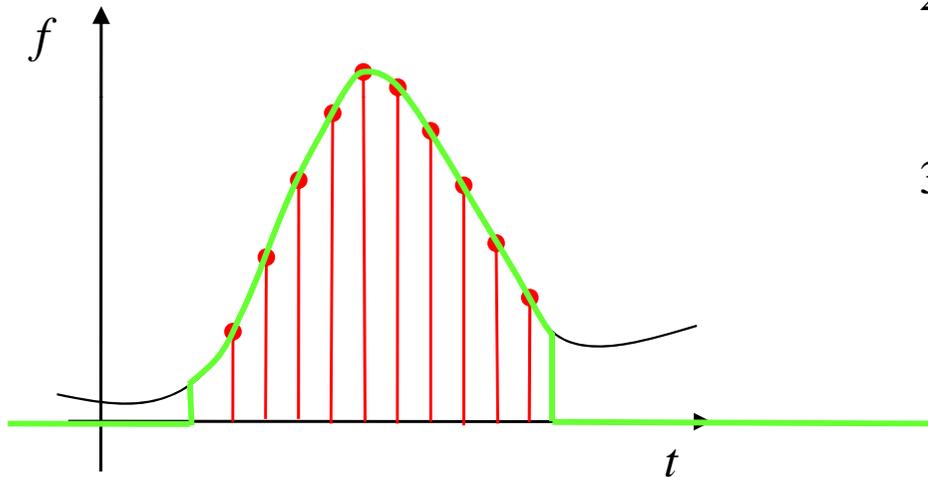
Amplitudenquantisierung häufig zweitrangig.
Entscheidender: Ortsdiskretisierung
(Abtasttheorem, aliasing-Fehler)

Zweidimensional:



Häufig integraler Mittelwert anstatt Abtastwert

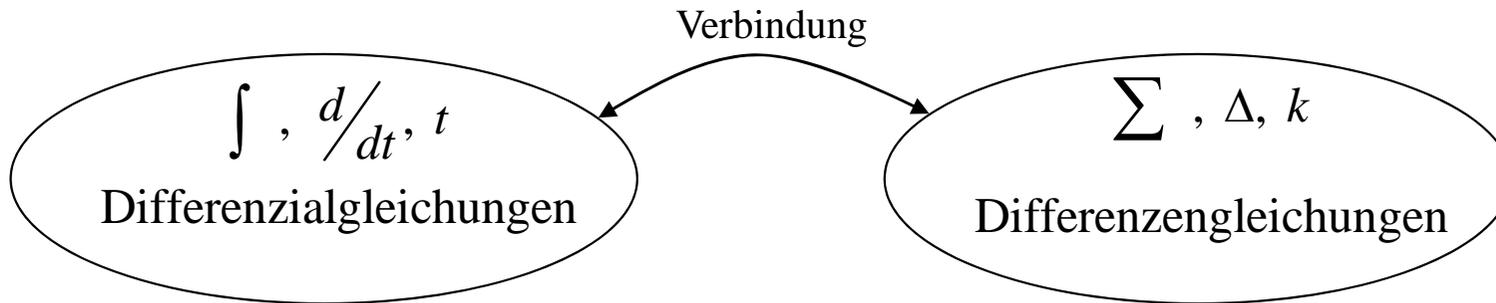
Welche Probleme tauchen bei der Digitalisierung auf ?



1. Man kann in Realität nur Signale endlicher Dauer behandeln → **Fensterung**
2. Außerdem können nur endlich viele Repräsentanten des Signals verwendet werden → **Abtastung**
3. Darüberhinaus können nur endlich viele Signalwerte diskriminiert werden → **Quantisierung**

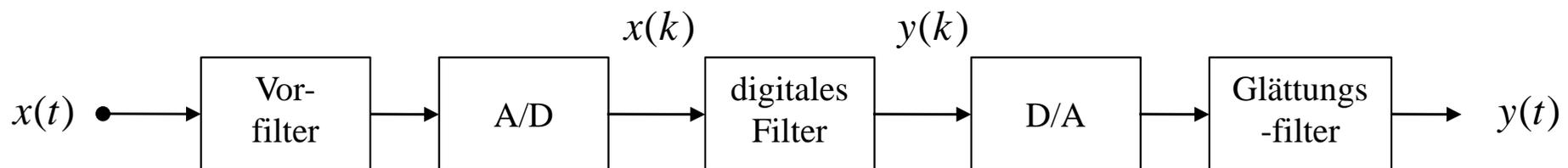
Analysis
(kontinuierliche Signale)

Algebra
(digitale Signale)



Verbindung: Probleme der Approximation (Inter- und Extrapolation),
Simulation kontinuierlicher Systeme

z.B. digitale Filterung:



Algebraische Methoden

Historische Entwicklung der DSV durch Diskretisierung der bekannten analytischen Formulierungen (Approximation).

Daraus entstanden Phänomene wie:

Abtastung im Zeit-, Frequenz- und Amplitudenbereich,
Windowing, Aliasing

Später eigenständige Entwicklung durch Anwendung von algebraischen Methoden (insbes. Zahlentheorie), i.a. ohne direktes Analogon im kontinuierlichen Bereich:

- Algebraische Beschreibung der Fouriertransformation
- zahlentheoretische Transformationen in endl. Zahlkörpern $GF(p)$
- algebraische Faltungsalgorithmen (ohne Rundungsfehler)
- diskrete lageinvariante Transformationen $\mathbb{C}T$
- Kodierungsfragen
- Inverse diskrete Radontransformation
- Bildrekonstruktion aus dem Betrag der FT
- Filter mit endlicher Impulsantwort (FIR) und streng lin. Phase (konst. Gruppenlaufzeit)

Polynomialgebra, Chines. Restesatz, Gruppentheorie, Diophant. Gleichung,
Polynomialgebra über endl. Ringen und Körpern (insbes. in der Kodierungstheorie)

Literatur

- (1) W.K. Pratt. Digital Image Processing. Wiley Interscience, 2. edition, 1991.
- (2) Rafael C. Gonzalez und Richard E. Woods. Digital Image Processing. Prentice-Hall, 2002, 2. Ausgabe.
- (3) F.M. Wahl. Digitale Bildsignalverarbeitung - Berichtigter Nachdruck. Springer Verlag, 1989.
- (4) B.K.P. Horn. Robot Vision. Mc Graw-Hill, 1987.
- (5) H. Heuser und H. Wolf. Algebra, Funktionalanalysis und Codierung. Teubner Verlag, 1986.
- (6) L.A. Zadeh und C.A. Desoer. Linear System Theory. Mc Graw-Hill, 1963.
- (7) T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. Wiley-Interscience, August 1991.
- (8) N.R. Bracewell. The Fourier Transform and its Applications. Mc Graw-Hill, 1986.
- (9) A. Papoulis. Signal Analysis. Mc Graw-Hill, 1984.
- (10) A. Papoulis. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. Mc Graw-Hill, 1984.
- (11) M. Schwartz. Information Transmission, Modulation, and Noise. Mc Graw-Hill, 1981.
- (12) Anil K. Jain. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall, Inc., 1989.
- (13) B. Jähne. Digitale Bildverarbeitung. Springer-Verlag, 4. Ausgabe, 1997.
- (14) I. Daubechies. Ten Lectures on Wavelets, CBMS 61, SIAM Pr., Philadelphia, 1992.