

Kapitel 4

Lageinvariante Konturbildererkennung

Konturerfassung und Konturbeschreibung

Bei allgemeinen Grau- oder Farbbildvorlagen ist das Problem der Konturfindung nichttrivial (Siehe Praktikum DBV, Kantenfilter)



Konturerfassung und Konturbeschreibung

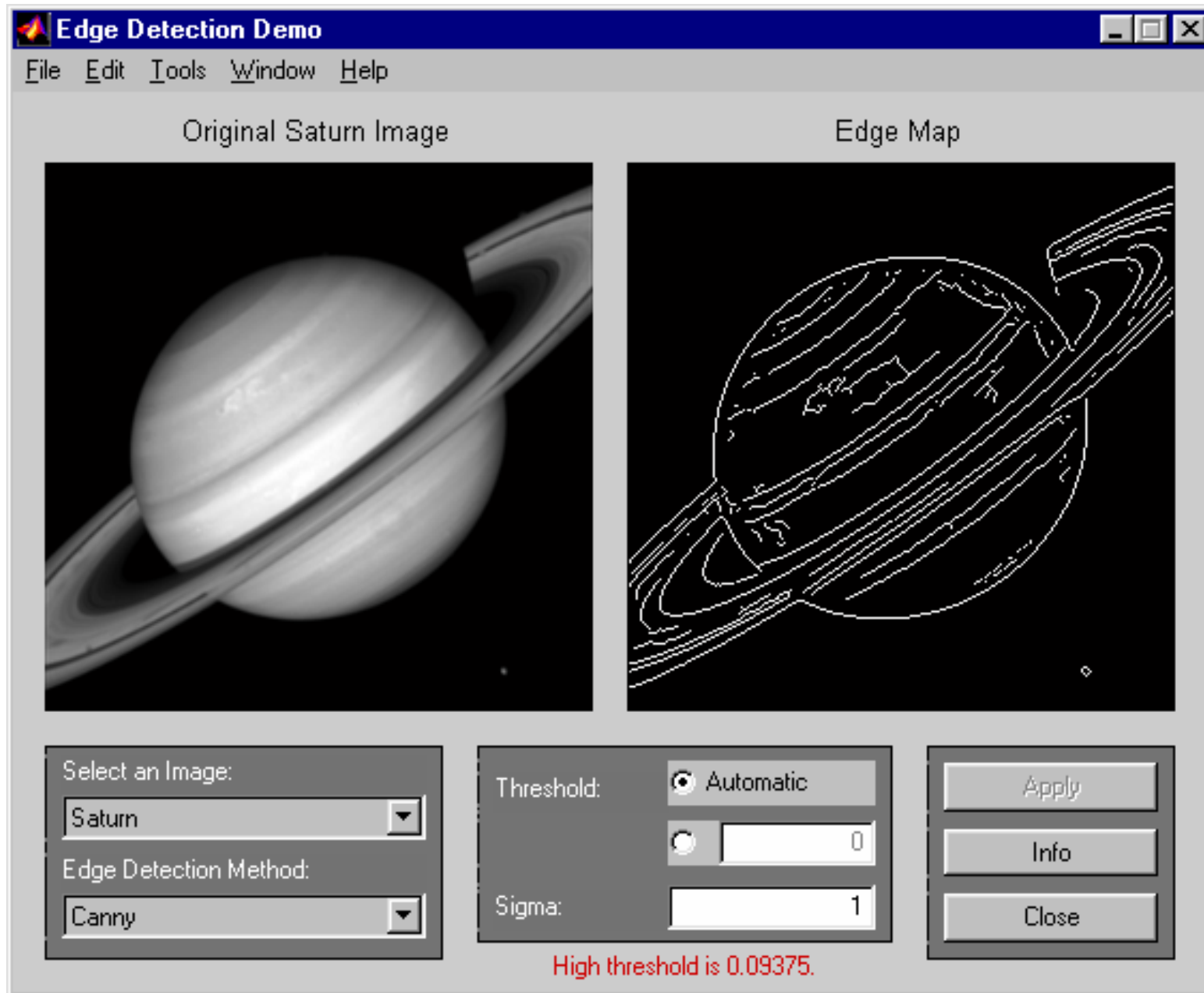
Bei allgemeinen Grau- oder Farbbildvorlagen ist das Problem der Konturfindung nicht trivial (Siehe Praktikum DBV, Kantenfilter)



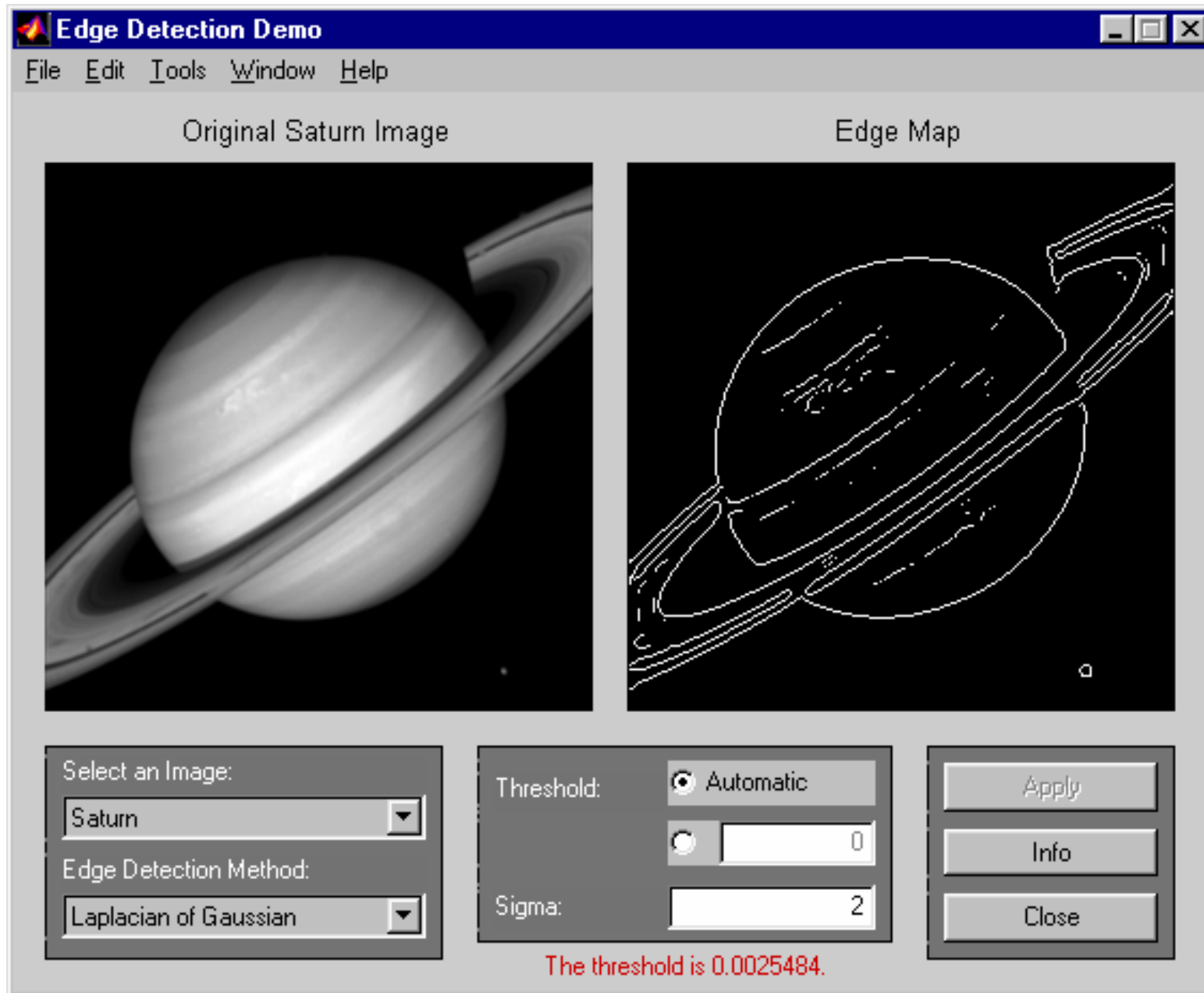
Kantenfilter bei „Möwe“



Kantenextraktion mit dem Canny-Operator

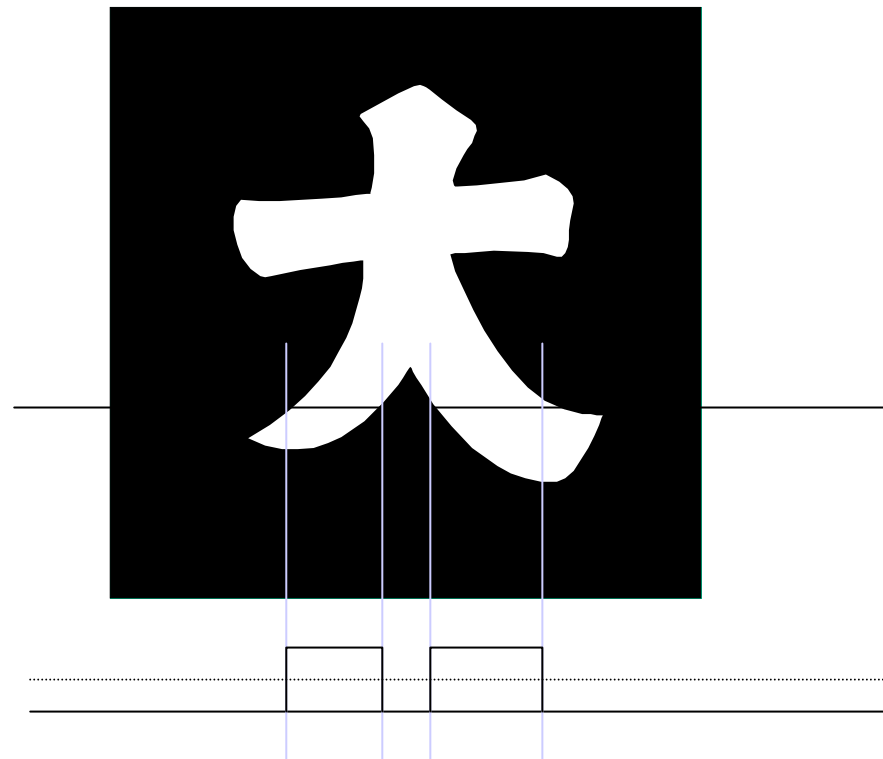


Kantenextraktion mit dem Laplacian of Gaussian



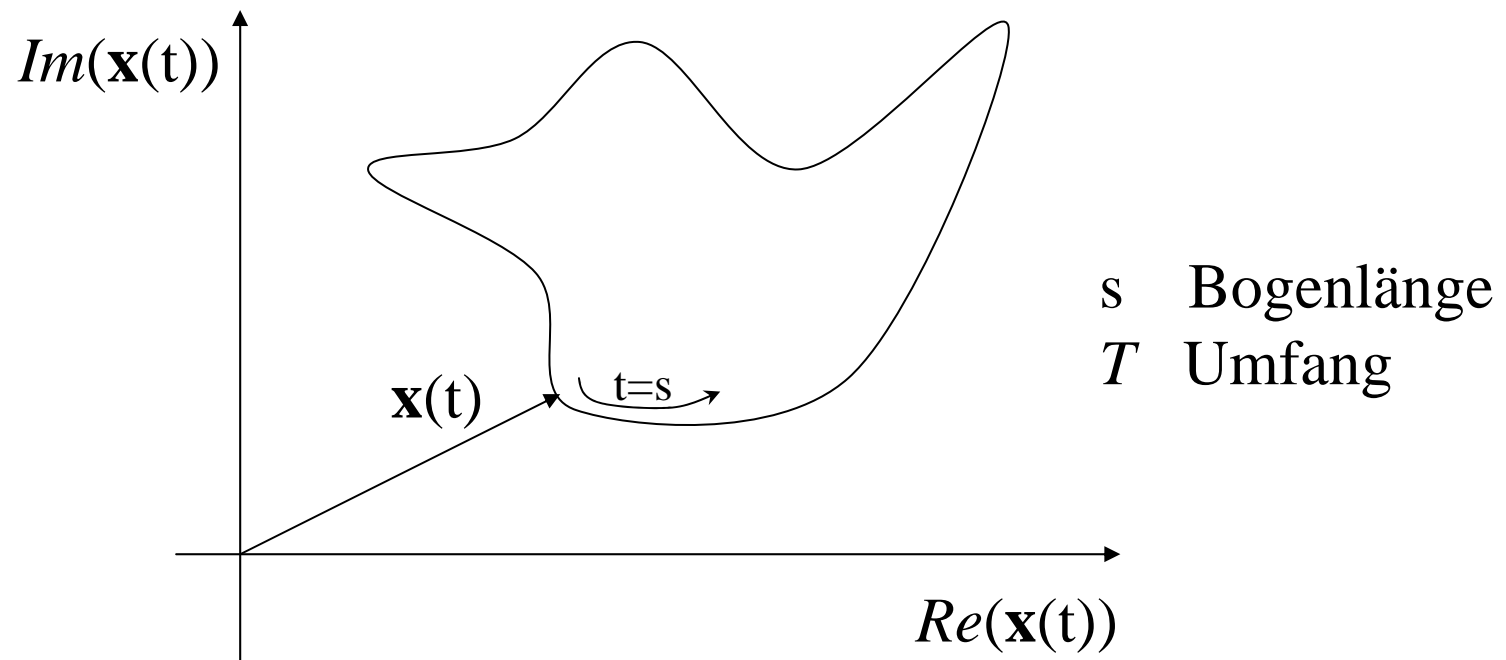
Konturerfassung durch einfache Schwellwertoperation

Bei guten Kontratsverhältnissen ist das Problem wesentlich einfacher



Konturbeschreibung in der komplexen Ebene

- An dieser Stelle gehen wir davon aus, dass die Konturen von Objekten bereits extrahiert wurden (drastische Datenreduktion!)
- Geschlossene Konturen bilden in der komplexen Ebene periodische Funktionen d.h. $\mathbf{x}(t+kT)=\mathbf{x}(t)$



Darstellung geschlossener Konturen durch endliche Fourierreihen mit $N+1$ komplexen Koeffizienten

Periodische Funktionen können in Form von Fourierreihen dargestellt werden. Die Klasse \mathbb{F}^N bezeichne die Menge bandbegrenzter periodischer Muster, welche eindeutig durch die endliche Fourierreihe mit $N+1$ komplexen Fourierkoeffizienten dargestellt werden können:

$$x(t) = \sum_{n=-N/2}^{n=+N/2} c_n e^{jn\omega t} \quad \text{mit: } \omega = 2\pi / T$$

mit den

Fourierkoeffizienten (FK):

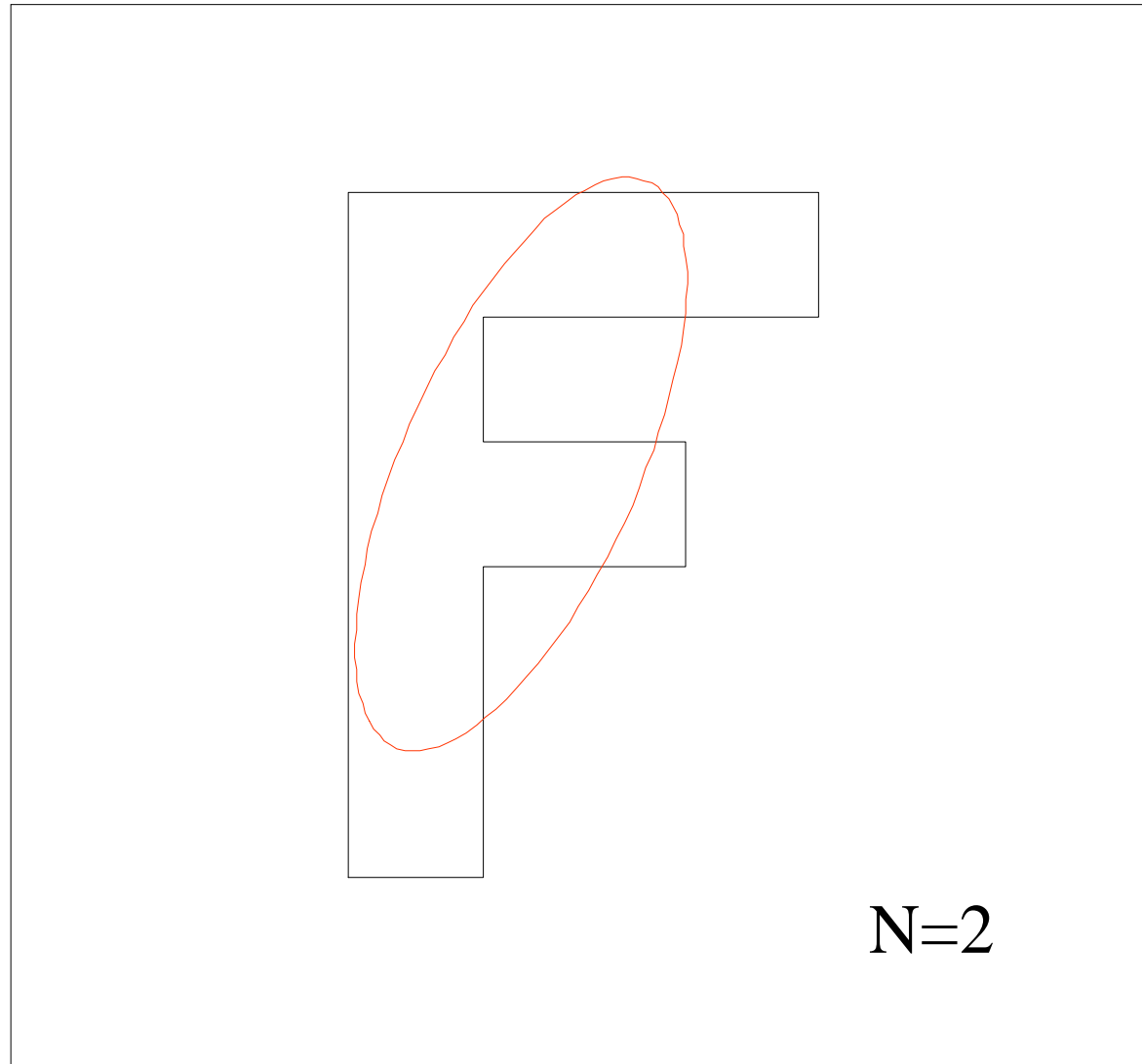
$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi nt/T} dt$$

Die Umlaufrichtung sei so definiert, dass das innere Gebiet bei zunehmender Bogenlänge sich links von der Konturlinie befindet.

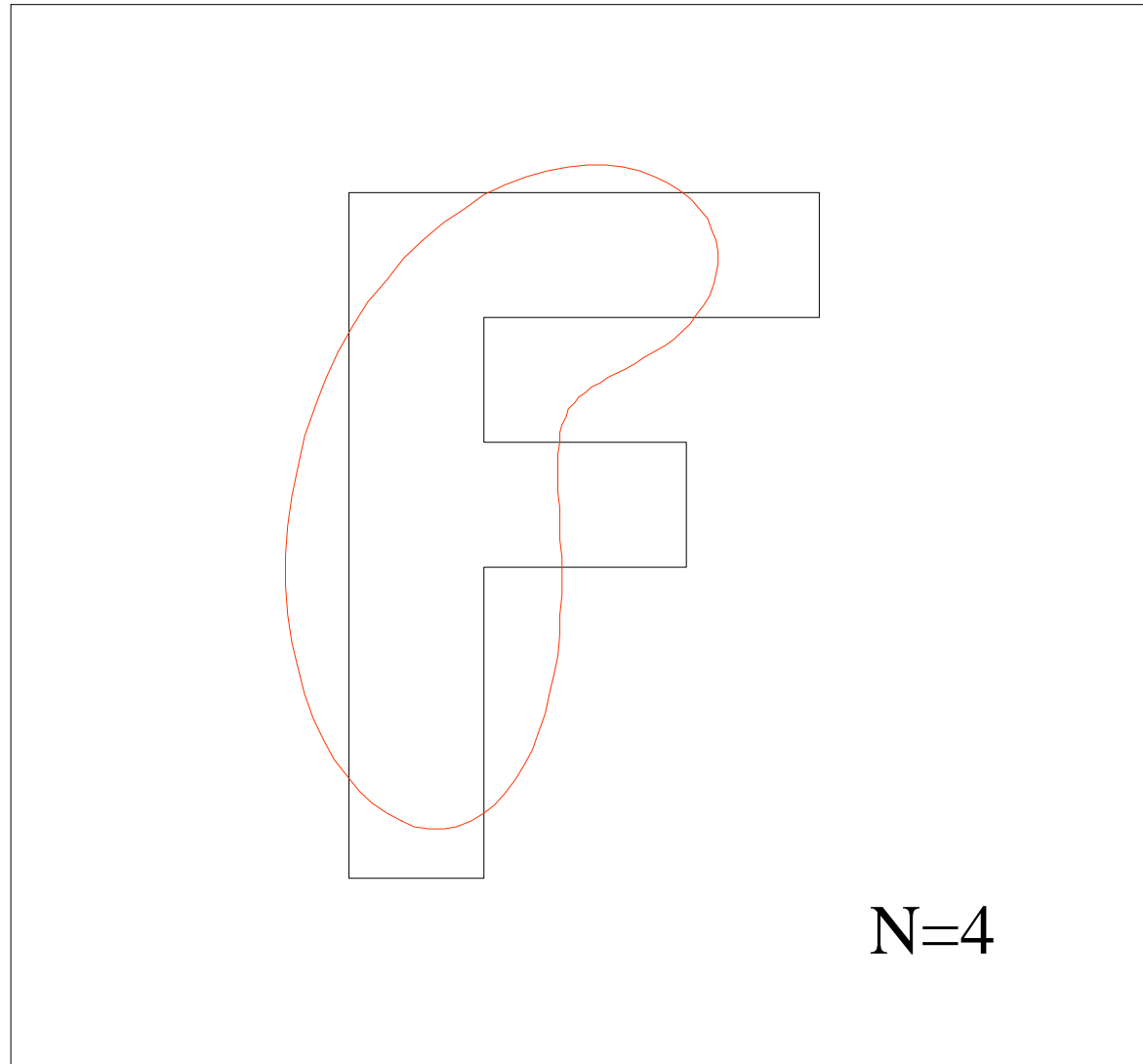
Bei komplexen periodischen Funktionen sind die FK beliebig, bei reellwertigen Funktionen gilt hingegen:

$$c_{-n} = c_n^*$$

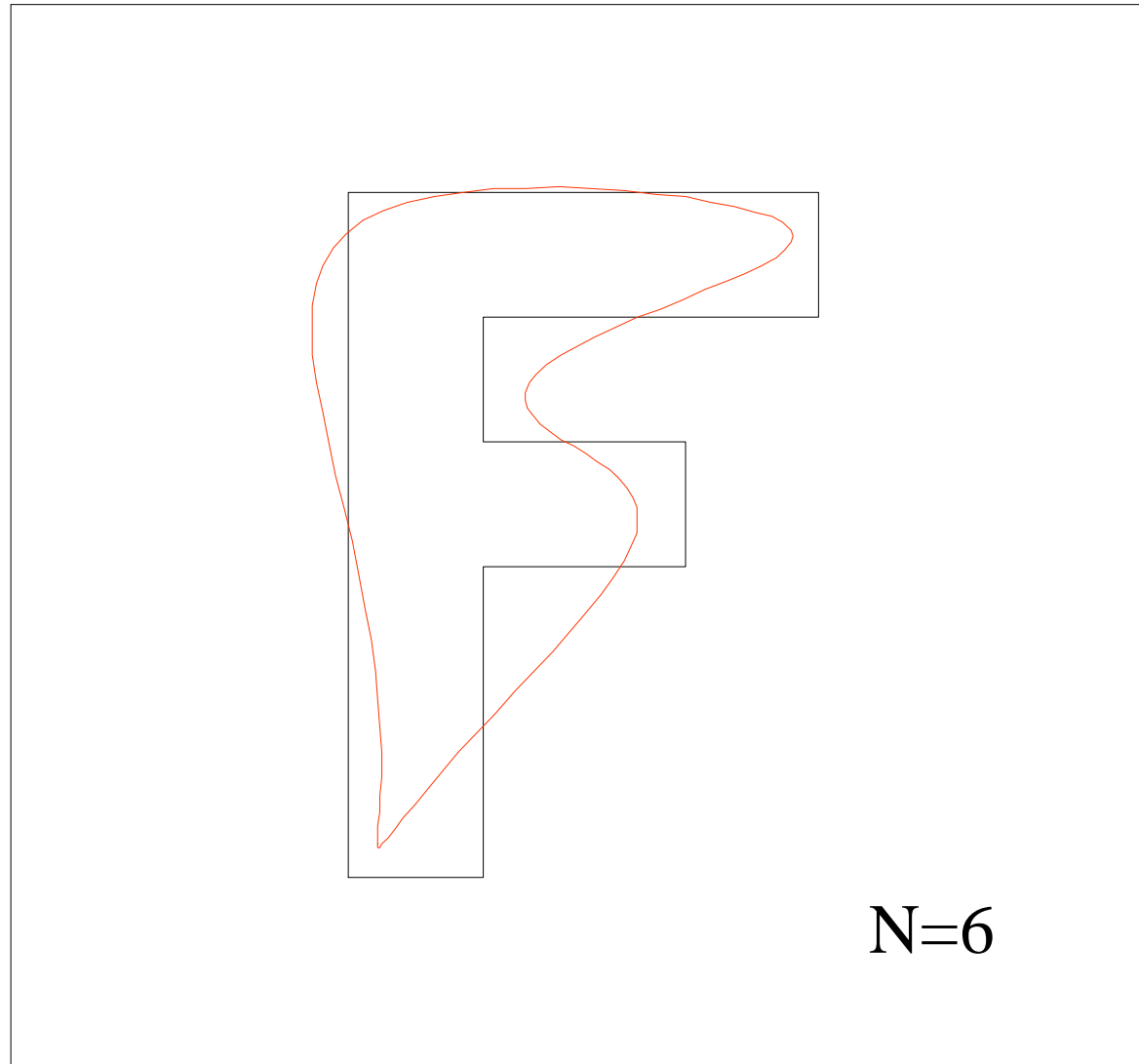
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



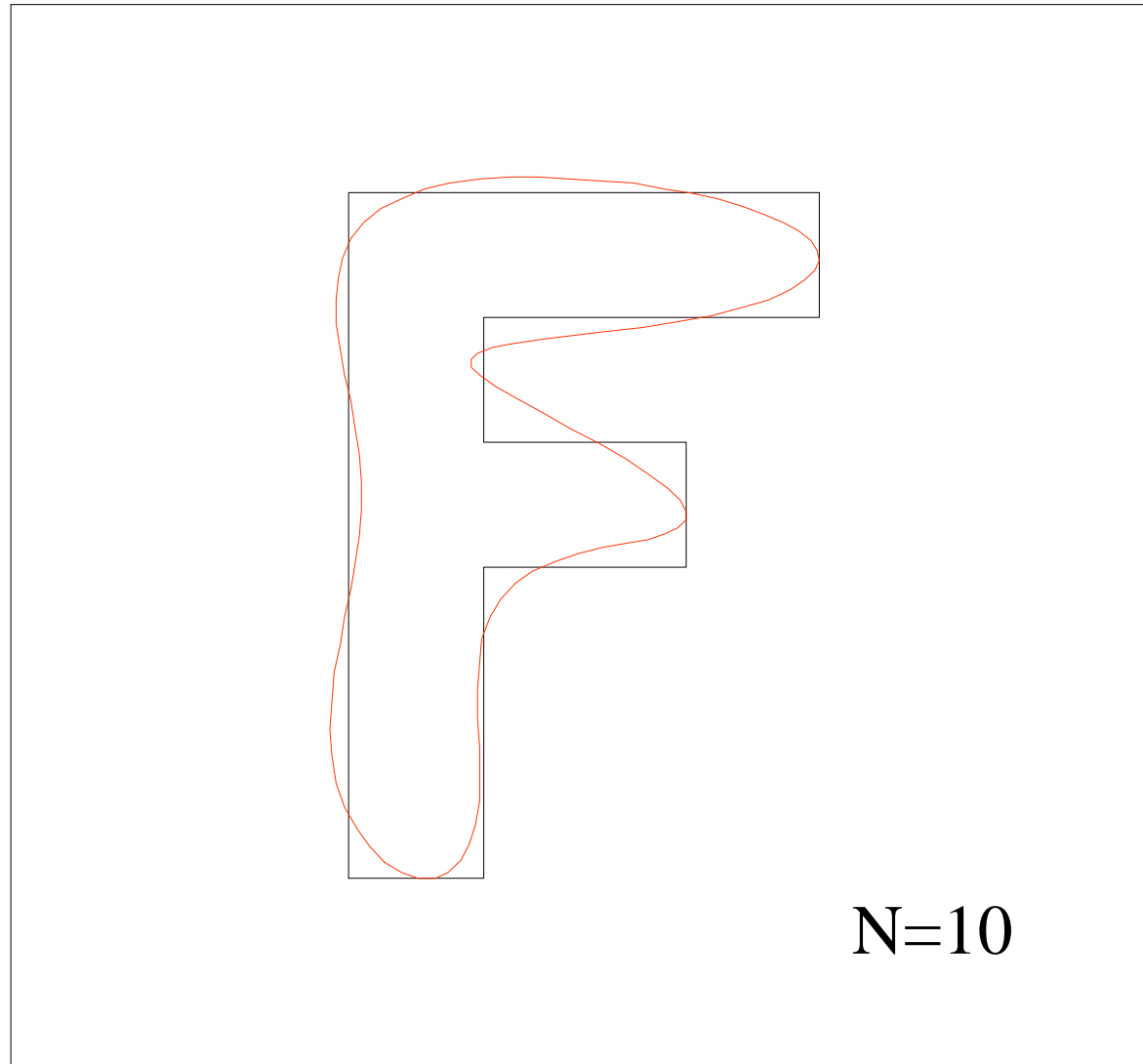
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



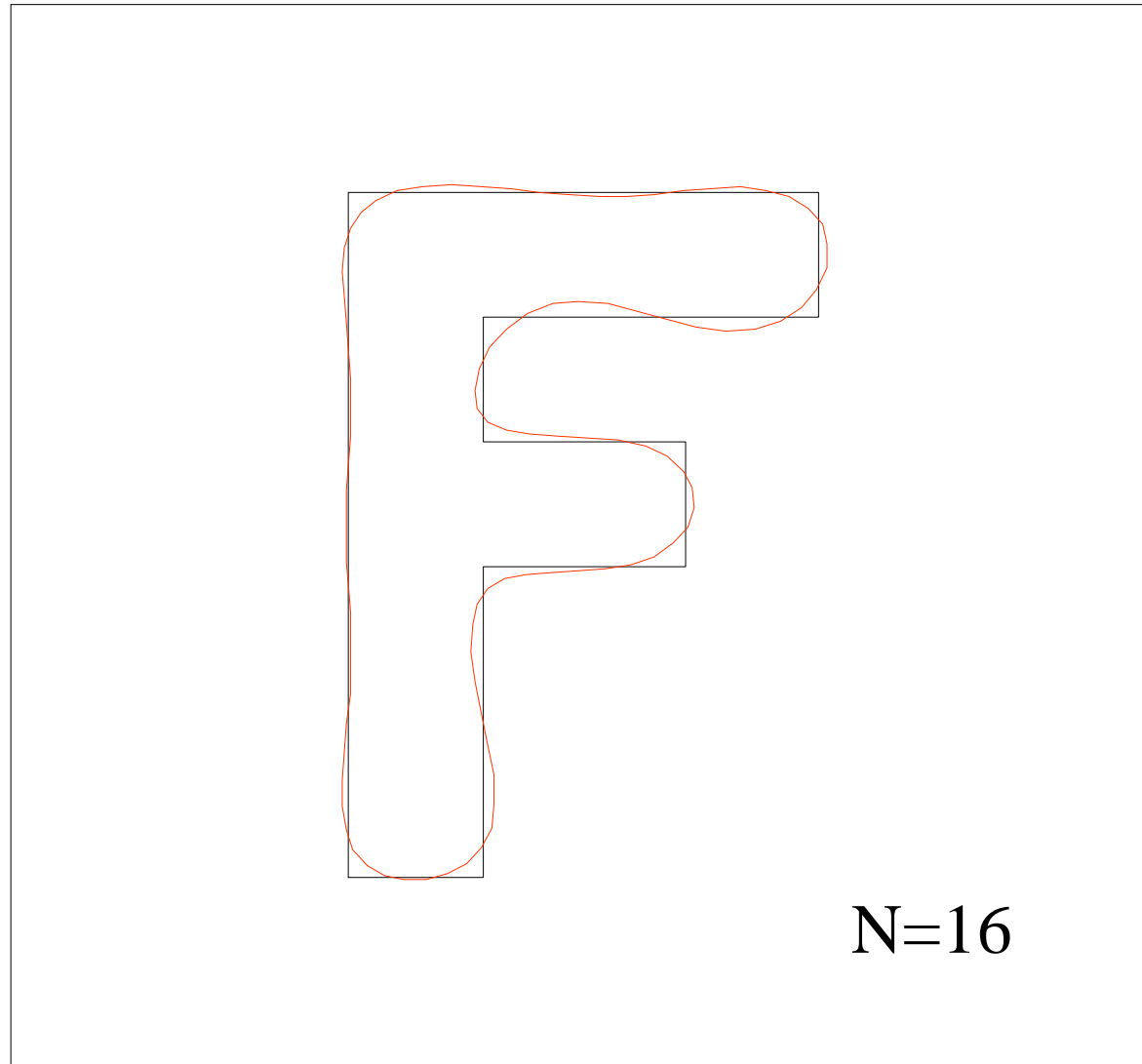
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



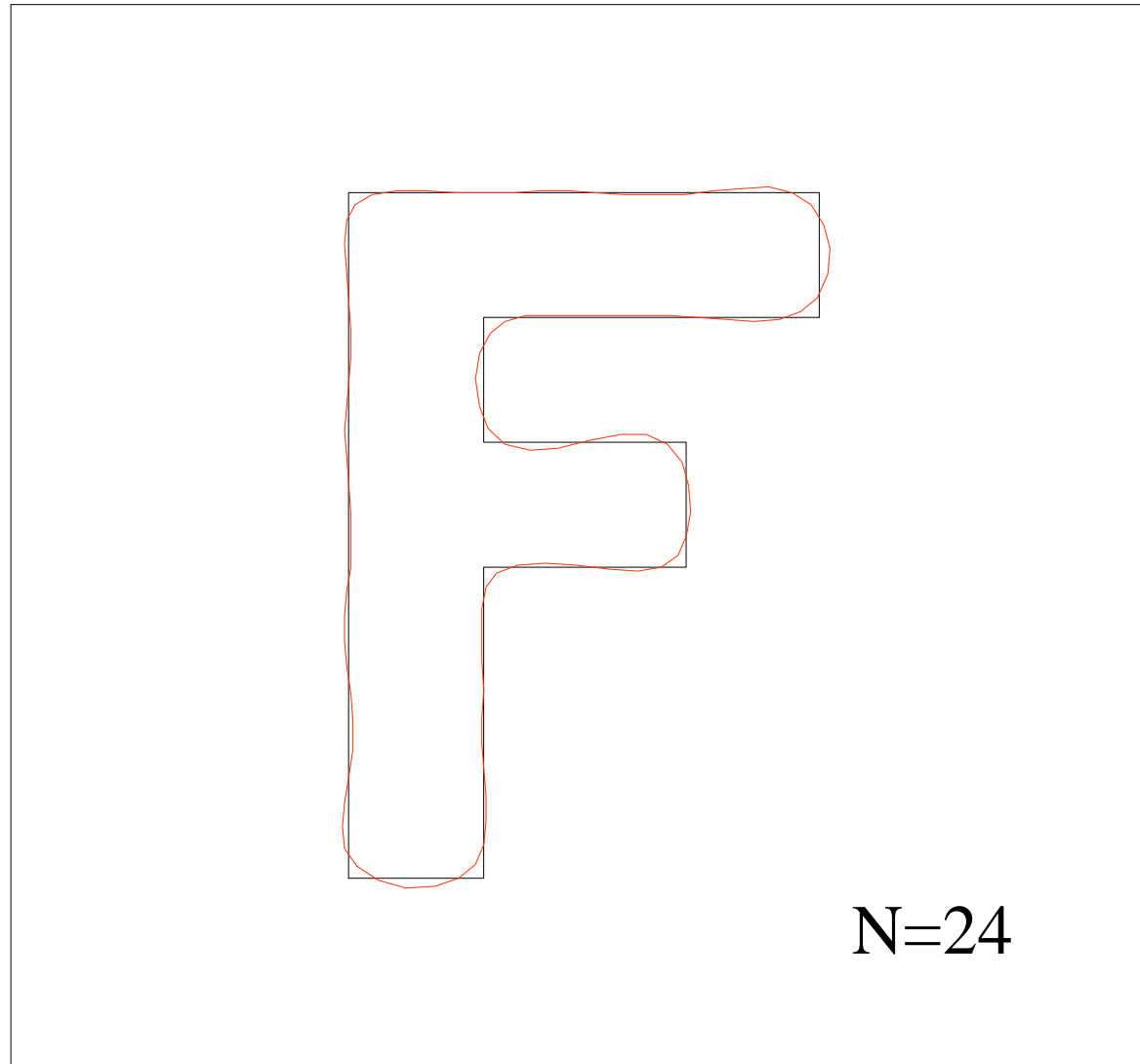
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



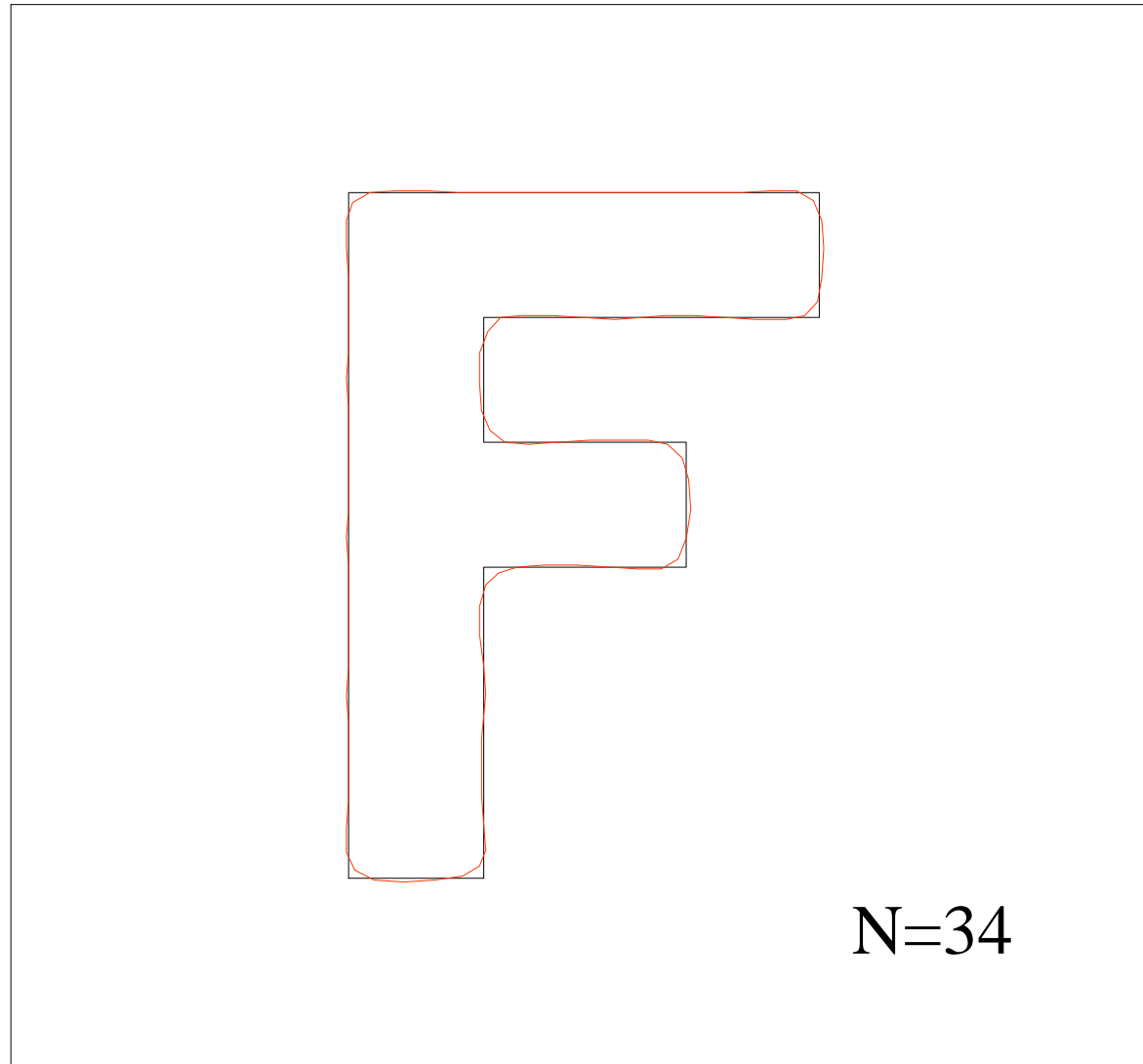
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



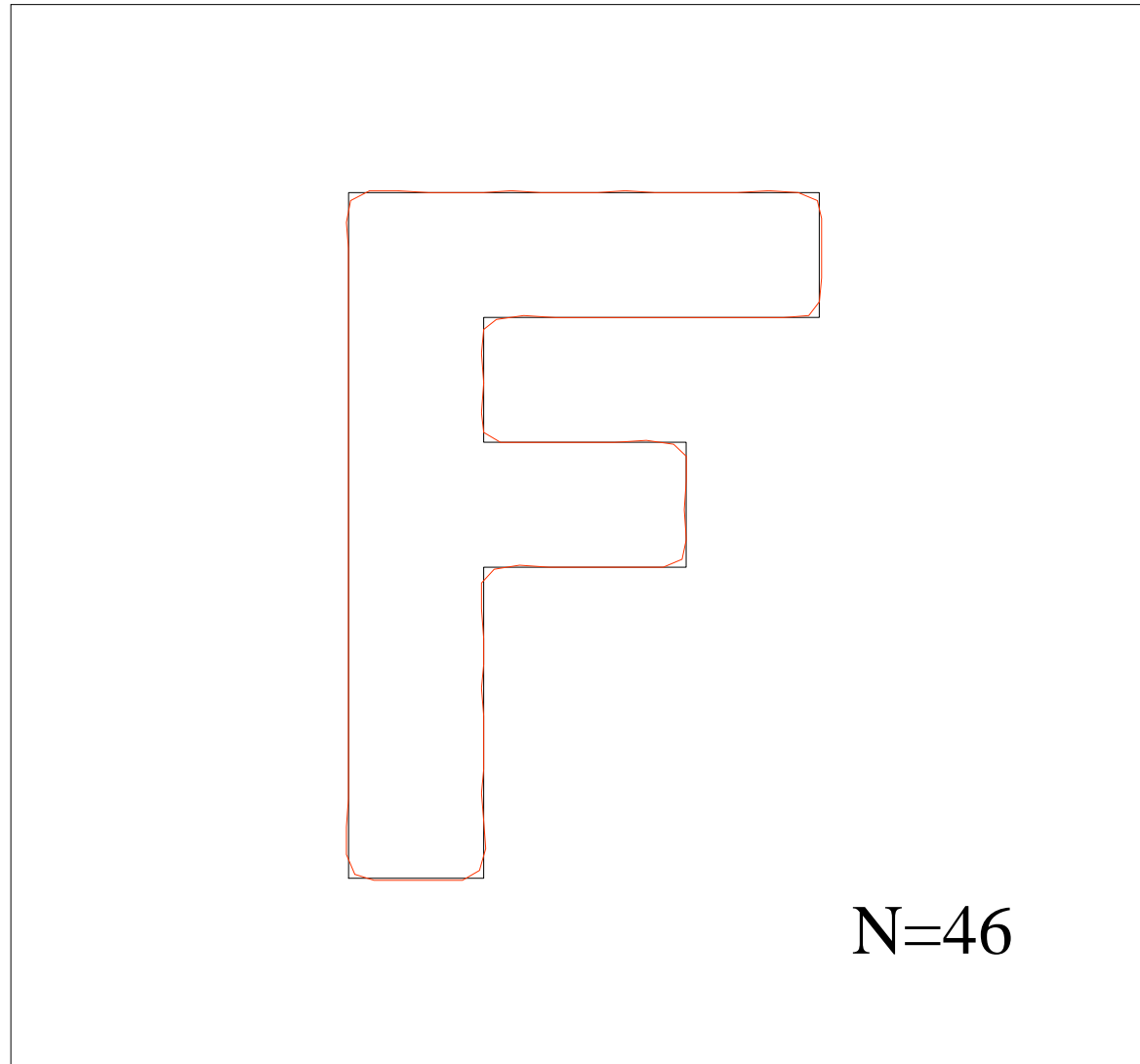
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



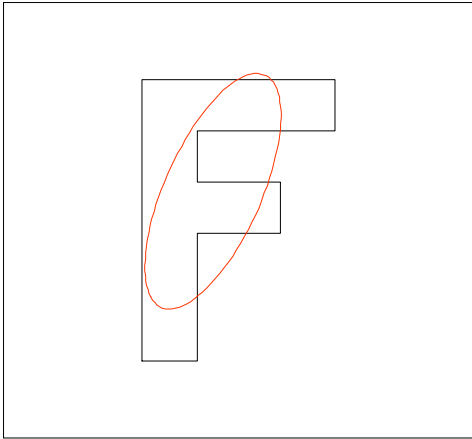
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



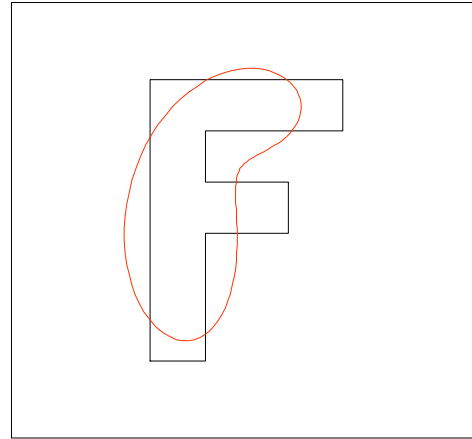
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



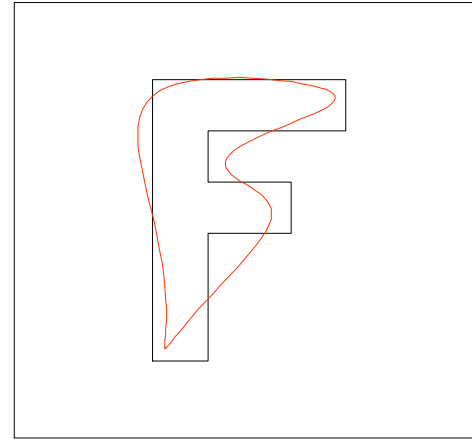
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



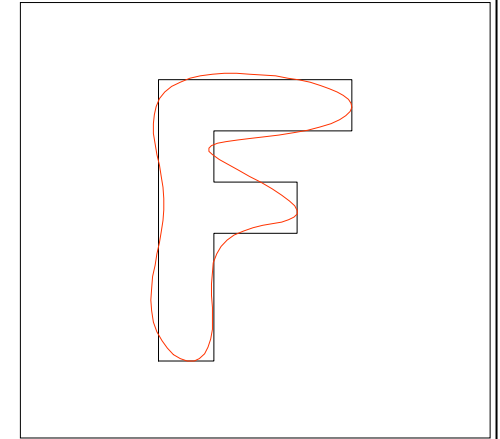
N=2



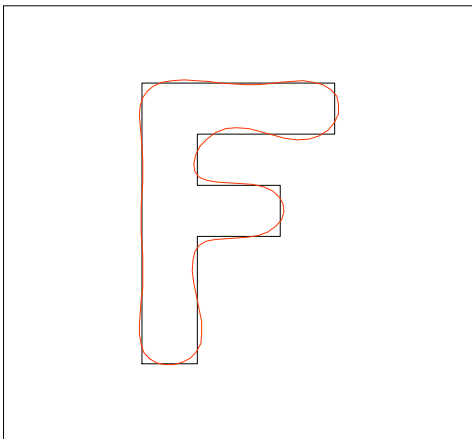
N=4



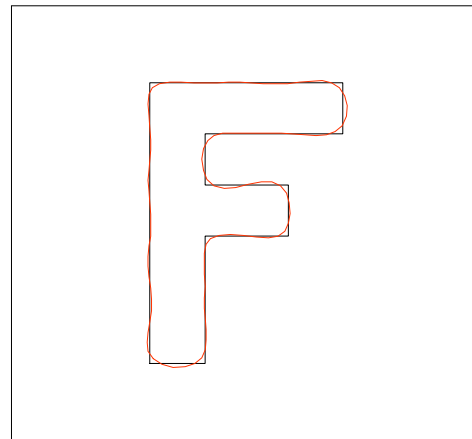
N=6



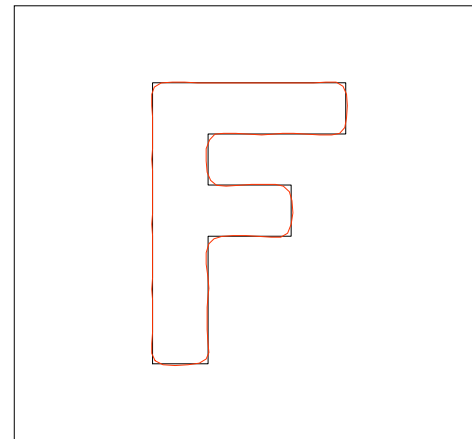
N=10



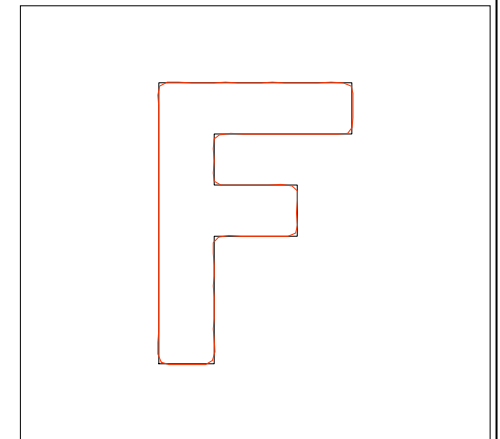
N=16



N=24



N=34

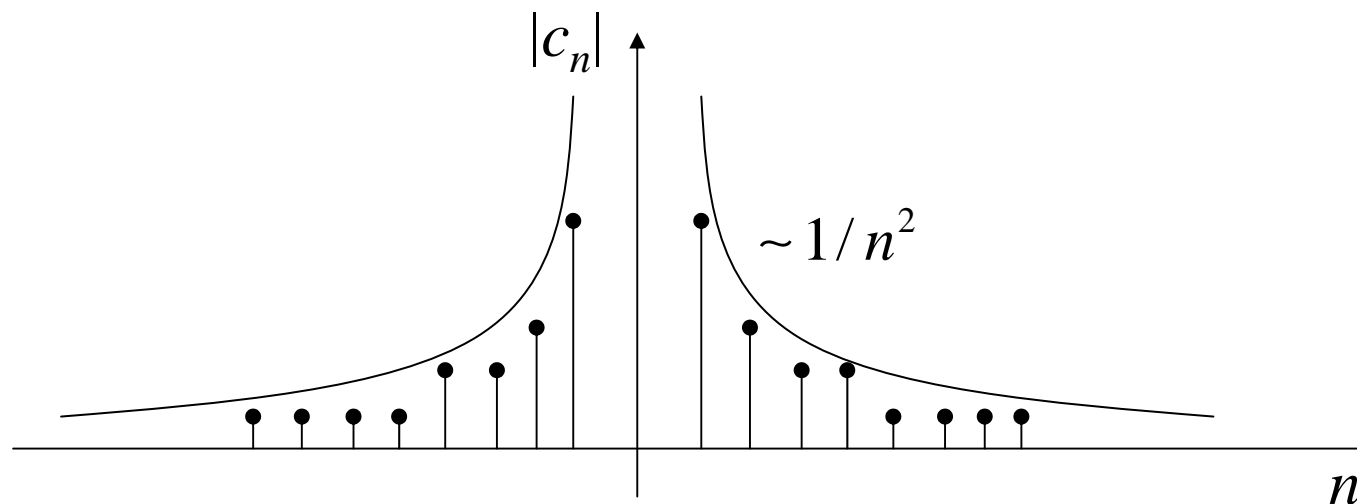


N=46

Eigenschaften der Fourierreihen

Die Darstellung einer Kontur mit einer Fourierreihe hat integralen (globalen) Charakter. Es ergibt sich bei Beschränkung auf nur wenige (niederfrequente) Koeffizienten eine wesentliche Datenreduktion im Spektralbereich im Vergleich zur Darstellung mit Abtastwerten im Originalbereich.

Geschlossene Konturen sind stetig und beschränkt. Dafür streben die Beträge der FK mit $1/n^2$ gegen Null:



Eigenschaften der Fourierreihen

Der nullte FK c_0 gibt die Lage des Linienschwerpunktes an
(Konturlinie mit konstanter Massenbelegung; Drahtmodell).

Eine Fourierreihe mit nur einem Koeffizienten stellt einen Kreis dar,
welcher je nach Frequenz mehrmals durchlaufen wird.
Zusammen mit dem dazugehörigen negativen Koeffizienten
ergibt sich eine Ellipse:

$$x(t) = c_0 + \underbrace{c_1 e^{j\omega t}}_{\text{Kreis, links laufender Zeiger}} + \underbrace{c_{-1} e^{-j\omega t}}_{\text{Kreis, rechts laufender Zeiger}}$$

c_n und c_{-n} repräsentieren eine Ellipse, welche n -mal durchlaufen
wird. [Fourier-Demo](#)

<http://www.vision.ee.ethz.ch/~buc/brechbuehler/fourdem.html>

Die Freiheitsgrade der Darstellung

Bei freier Wahl der komplexen Zahlen c_0, c_1 und c_{-1} ergeben sich insgesamt 6 Freiheitsgrade. Eine Ellipse besitzt hingegen nur 5 Freiheitsgrade (2 Translationen, 2 Achsen und die Drehung). Wo verbleibt der 6. Freiheitsgrad?

Verschiebt man den Aufpunkt, so ergibt sich:

$$x(t + \alpha) = c_0 + c_1 e^{j\omega\alpha} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{-j\omega\alpha} e^{-j\omega t}$$

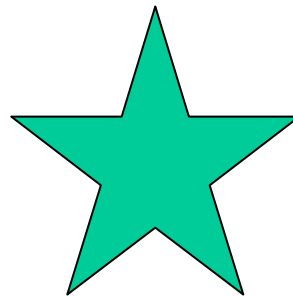
Wählt man α derart, dass $c_1 e^{j\omega\alpha}$ reell wird, so verschwindet ein Freiheitsgrad. Demnach ist die Wahl des Aufpunktes der 6. Freiheitsgrad.

Rotationssymmetrie vom Grade s

Rotationssymmetrie vom Grade s liegt dann vor, wenn ein Objekt bei Rotation um den Winkel $360^\circ/s$ in sich selbst übergeht.

Dies hat zur Folge, dass nur FK im Abstand s von Null verschiedene Werte haben können, nämlich für die Indizes:

$$n = 1 \pm ks \quad \text{für} \quad \forall k \in \mathbb{N}$$



$s=5$