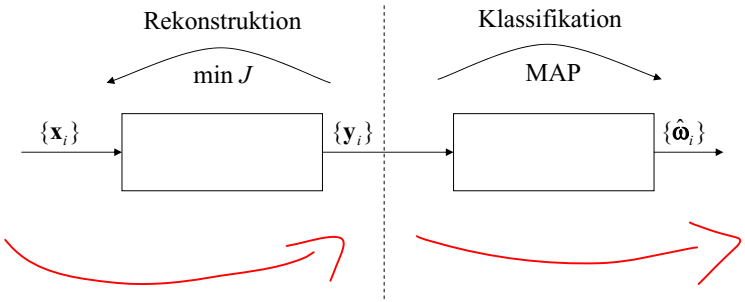
Unterteilung des Klassifikationsprozesses in eine *Merkmalsselektion* (Approximationsproblem) und eine *Klassifikation im Unterraum*



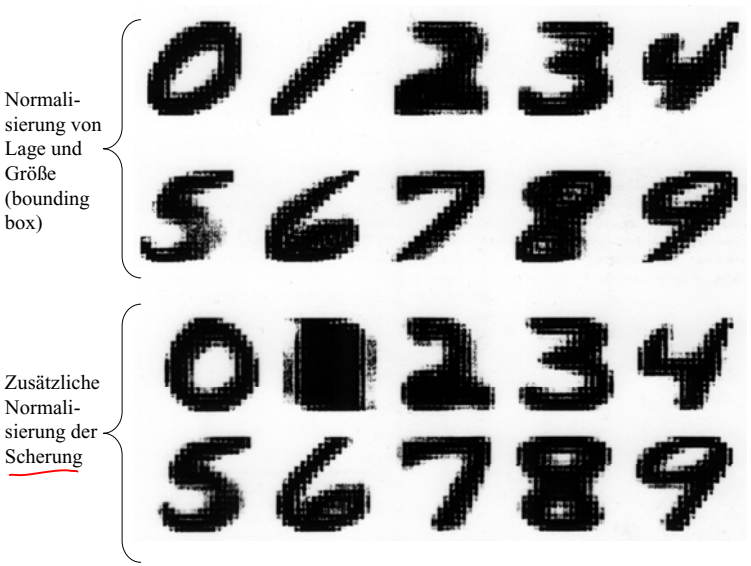
Anmerkung: Jede Klasse hat i.allg. ihre eigene klassenspezifische Verteilungsdichte. Für die optimale Merkmalsselektion muss die Verteilungsdichte über alle Klassen verwendet werden!

Beispiel

Erkennung handgeschriebener Ziffern und Visualisierung der Eigenwertzerlegung

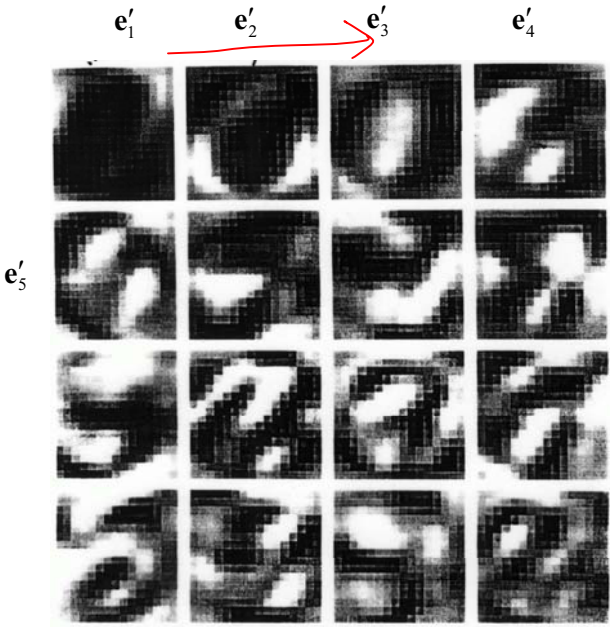
(aus J. Schürmann: „Pattern Classification“, John Wiley 1996)

Visualisierung der klassenspezifischen *Erwartungswerte* $\{\boldsymbol{\mu}_k\}$ von handgeschriebenen Ziffern



die Originalsamples $\{\mathbf{x}_i\}$ sind schwarz/weiß, Pixelraster: 16×16, die Erwartungswerte nehmen allgemeine Grauwerte an, die Grauwerte verdeutlichen die Streuungen

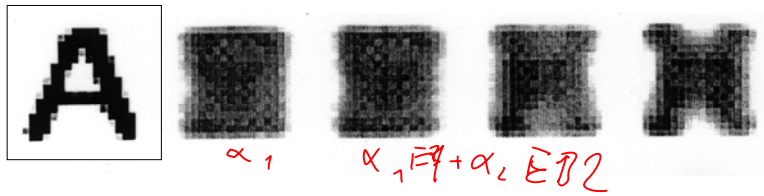
Darstellung der ersten M=16 Eigenvektoren im Merkmalsraum $\{\mathbf{y}_i\}$



Die niedrigen Eigenvektoren tragen zu den groben Strukturen bei, die höheren zu den feineren Details

Schnelle Konvergenz im Eigenvektorraum

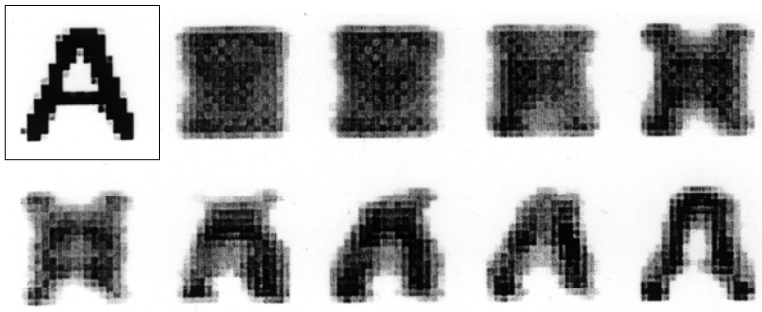
Original



Darstellung mit: oben: 1,2,3,4 Mitte: 5,6,8,10,15 unten: 20,25,30,35,40
Die Originalbilder haben eine Dimension von N=16×16=256. Schon mit einem Merkmalsvektor der Dimension 40 lässt sich eine sehr gute Repräsentation erzielen.

Schnelle Konvergenz im Eigenvektorraum

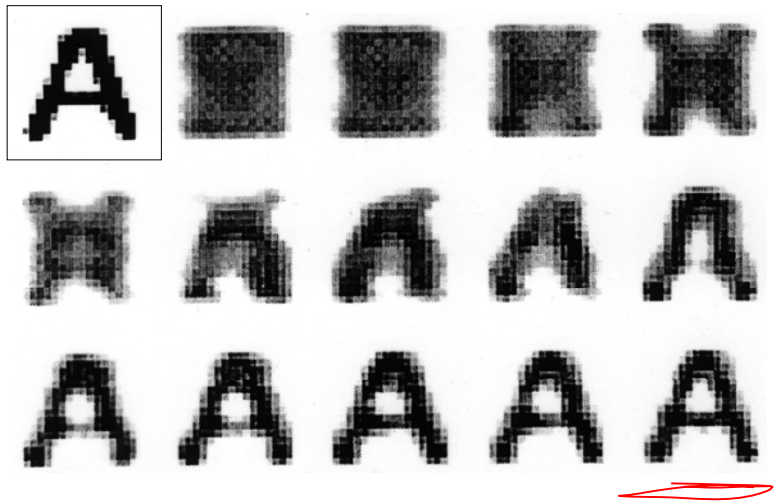
Original



Darstellung mit: oben: 1,2,3,4 Mitte: 5,6,8,10,15 unten: 20,25,30,35,40
Die Originalbilder haben eine Dimension von N=16×16=256. Schon mit einem Merkmalsvektor der Dimension 40 lässt sich eine sehr gute Repräsentation erzielen.

Schnelle Konvergenz im Eigenvektorraum

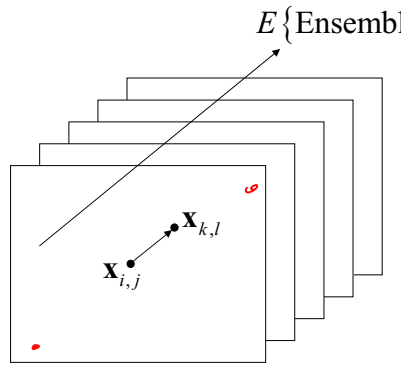
Original



Darstellung mit: oben: 1,2,3,4 Mitte: 5,6,8,10,15 unten: 20,25,30,35,40
Die Originalbilder haben eine Dimension von N=16×16=256. Schon mit einem Merkmalsvektor der Dimension 40 lässt sich eine sehr gute Repräsentation erzielen.

Visualisierung der Kovarianzmatrix

(schwieriger zu interpretieren)

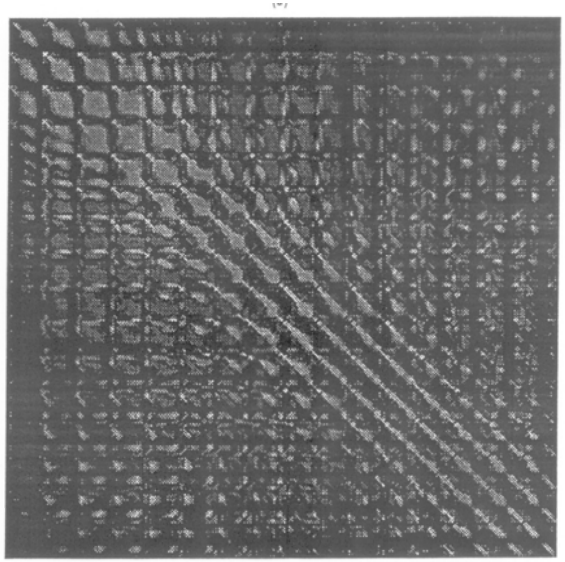


Ein Bild der Dimension $N \times N$ generiert eine Kovarianzmatrix der Dimension $N^2 \times N^2$.

Kovarianz: $E\{(\mathbf{x}_{i,j} - \overline{\mathbf{x}}_{i,j})(\mathbf{x}_{k,l} - \overline{\mathbf{x}}_{k,l})\}$

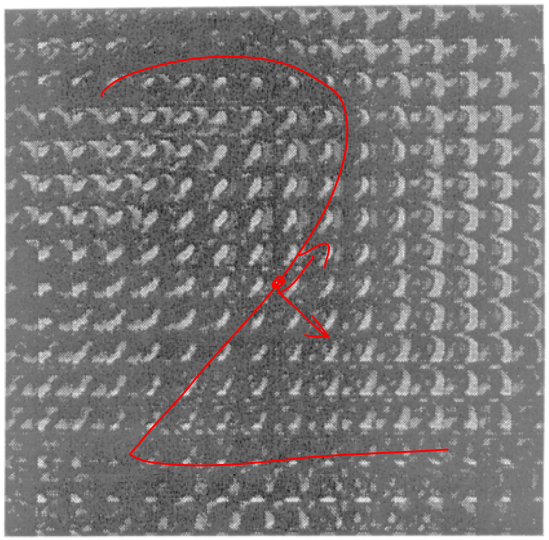
Charakterisiert die statistische Abhängigkeit zwischen den Pixeln eines Bildes

Visualisierung der Kovarianzmatrix *einer* handgeschriebenen Zifferklasse “2“



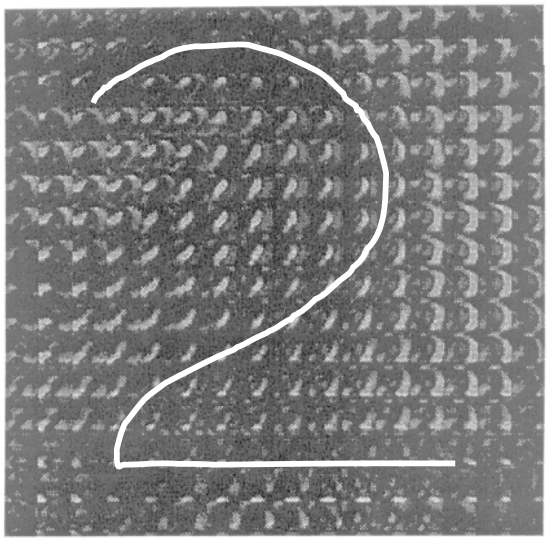
Natürliche Anordnung der Kovarianzmatrix (zeilengestapelt). Das Bild verdeutlicht, dass man es keineswegs mit einem weißen Prozess zu tun hat (dann wären nur Grauwerte entlang der Hauptdiagonalen sichtbar), sondern die Grauwerteverteilungen visualisieren die Korrelationen in die Nachbarschaft.

Visualisierung der Kovarianzmatrix *einer* handgeschriebenen Zifferklasse “2“



Reorganisation der Kovarianzmatrix:
Die Submatrizen, welche die lokalen Korrelationen repräsentieren, sind an die entsprechenden Pixelpositionen geschoben

Visualisierung der Kovarianzmatrix *einer* handgeschriebenen Zifferklasse “2“



Interpretation der Korrelationen bzw. Kovarianzen mit der Visualisierung lokaler Kovarianzsubmatrizen