

**Messung aller drei
Geschwindigkeitskomponenten mit Hilfe der
„Particle Image Velocimetry“ mittels einer
Kamera und zweier paralleler Lichtschnitte**

Diplomarbeit
vorgelegt von
Olaf Ronneberger
aus
Göttingen

angefertigt
im Institut für Nichtlineare Dynamik
der Georg-August-Universität zu Göttingen
1998

Für Ruth und Lina

Inhaltsverzeichnis

Symbole, Abkürzungen und Fachwörter	6
1 Einleitung	9
2 Theoretische Grundlagen	12
2.1 Vom Strömungsfeld zu den digitalisierten PIV-Bildern	12
2.1.1 Das Partikel-Ensemble	13
2.1.2 Beleuchtung des Partikel-Ensembles mittels Laserlichtschnitt	17
2.1.3 Abbildung des gestreuten Lichtes durch die Kamera-Optik	18
2.1.4 Umwandlung der Lichtverteilung in elektrische Signale (CCD Sensor)	20
2.1.5 Übertragung des elektrischen Signals	23
2.1.6 Digitalisierung der elektrischen Signale (Framegrabber)	24
2.2 Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes aus den aufgenommenen Bildern	25
2.2.1 Aufnahme des zweiten und dritten Bildes	25
2.2.2 Reduzierung der Störungen in den digitalisierten Bildern	26
2.2.3 Zerlegung des Bildes in Abfragefenster	29
2.2.4 Bestimmung des Partikelbildversatzes in X- und Y-Richtung	30
2.2.5 Genauere Betrachtung der Korrelationsfunktion	35
2.2.6 Auswirkung von großen Gradienten oder starker Rotation auf den Korrelations- peak	38
2.2.7 Erwartungswert für die Höhe des Korrelationsmaximums	39
2.2.8 Ermittlung der genauen Position und Höhe des Korrelationsmaximums	42
2.2.9 Bestimmung des Partikelversatzes in Z-Richtung	45
2.3 Zusammenfassung	46

3	Theoretische Abschätzung der Genauigkeit	50
3.1	Monte-Carlo-Simulationen	50
3.2	Die Varianzen der Peakhöhen	51
3.2.1	Ergebnisse unter Vernachlässigung des Hintergrundrauschens	51
3.2.2	Ergebnisse unter Berücksichtigung des Hintergrundrauschens	52
3.3	Die Varianz des „gemessenen“ Partikelversatzes in Z-Richtung	53
3.4	Zusammenfassung	54
4	Kalibriermessungen an eingegossenen Partikeln	58
4.1	Untersuchung der Korrelationspeakhöhen	59
4.2	Untersuchung des gemessenen Partikelversatzes	60
4.3	Zusammenfassung	61
5	Messungen in Luftströmungen	65
5.1	Erforderliche Komponenten	65
5.1.1	Partikel	65
5.1.2	Laser	65
5.1.3	„Bereinigung“ des Laserstrahlprofils	66
5.1.4	Messung des Laserstrahlprofils	68
5.1.5	Videokamera	69
5.2	Messungen an eingegossenen Partikeln mit einem Puls-Laser	71
5.3	Wirbelring in Luft	71
5.3.1	Versuchsaufbau	71
5.3.2	Durchführung	75
5.3.3	Kalibrierung der Kamera	77
5.3.4	Untersuchung der Lichtschnittqualität	83
5.3.5	Kalibriermessungen bei ruhender Luft	83
5.3.6	Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes	87
5.3.7	Vergleich der Ergebnisse mit Referenzdaten	89
5.4	Zusammenfassung	90
6	Verbesserung der Genauigkeit der konventionellen PIV-Auswertung	99
6.1	Reduktion des „Peak-locking“-Effektes	100

7 Zusammenfassung	104
7.1 Anforderungen an ein Zwei-Ebenen PIV-System	105
8 Ausblick	109
8.1 Mögliche Verbesserung der Auswertung	109
8.2 Aufnahme von nur zwei Bildern, bei denen eines doppelt belichtet wurde	110
Literaturverzeichnis	113

Liste der verwendeten Symbole, Abkürzungen und Fachwörter

Griechische Buchstaben

α :	Winkel zwischen einfallendem Licht und Blickrichtung der Kamera	14	(Abb. 2.3)
$\delta(\vec{X})$:	Dirac'sche Delta-Funktion	15	
$\Delta\alpha$:	Raumwinkel, über den das Streulicht der Partikel vom Objektiv integriert wird	14	(Abb. 2.3)
Δt :	Zeitdifferenz zwischen zwei Laser-Blitzen	25	
$\Delta x, \Delta y$:	Koordinaten in der Korrelationsebene		
γ :	Abstand zwischen zwei Gitterpunkten des CCD-Sensors	21	
λ :	Wellenlänge des Laserlichts	15	
ν :	unbekannter Faktor, der bei der Bestimmung der Korrelationspeakhöhe von verrauschten PIV-Bildern auftritt	41	(Gl. 2.51)
σ :	Streukoeffizient	17	(Gl. 2.3)
σ_i :	Streukoeffizient des i -ten Partikels	13	
$\tau(\vec{x})$:	Punktbildfunktion des Objektivs (optische Impulsantwort), üblicherweise als gaußförmig angenommen	20	
$\tau_{ccd}(\vec{x})$:	räumliche Impulsantwort eines CCD-Pixels, üblicherweise 1 innerhalb eines Rechtecks und 0 außerhalb.	22	(Abb. 2.10)
ϑ :	Quantisierungsrauschen	24	(Gl. 2.11)

Lateinische Buchstaben

a_k :	Grauwert des Teilbildes a an der Stelle k	30	
b :	Bildweite	14	(Abb. 2.3)
B_k :	Grauwert des Bildes B an der Stelle k	30	
b_x, b_y :	Kantenlängen des aktiven Rechtecks eines CCD-Pixels	21	
D :	Blendenöffnung des Objektivs	14	(Abb. 2.3)
d :	Düsendurchmesser		
\mathcal{F} :	Fouriertransformation		
g :	Gegenstandsweite	14	(Abb. 2.3)

G :	Halbe Breite eines großen Abfragefensters	32	
h :	Höhe des Korrelationspeaks	41	(Gl. 2.51)
$I(\vec{x})$:	Intensitätsverteilung nach Abtastung mit dem CCD-Sensor	21	(Gl. 2.9)
I^\bullet :	quantisierte Intensität	24	(Gl. 2.11)
$I_B(\vec{x})$:	Licht-Intensitätsverteilung in der Bildebene der Kamera	20	(Gl. 2.8)
$I_\ell(\vec{X})$:	dreidim. Intensitätsverteilung des Lichtschnittes	17	
$I_{k,l}$:	diskret abgetastete Intensitätsverteilung	21	(Gl. 2.10)
$I_\sigma(\vec{X})$:	das vom Partikel-Ensemble gestreute Licht	18	(Gl. 2.4)
K :	halbe Breite eines kleinen Abfragefensters	30	
k :	Blendenzahl		
M :	Abbildungsmaßstab	15	
N :	Anzahl aller Partikel (im Windkanal / Wasserkanal)	17	
N^* :	Anzahl der Partikelbilder im Abfragefenster	36	
n_m :	Brechungsindex des Mediums	15	
$R_{ab}(\Delta x)$:	Kreuzkorrelationsfunktion von a und b	30	(Gl. 2.14)
$\tilde{R}_{aB}(\Delta x)$:	normierte Kreuzkorrelationsfunktion von a und b	31	(Gl. 2.15)
r :	Radialkoordinate im Wirbelring		
r_i :	Radius des i -ten Partikels	13	
r_n :	entdimensionalisierte Partikelgröße	15	(Gl. 2.2)
t_0 :	Zeitpunkt des ersten Laserblitzes		
U_i :	Spannung, die zum Zeitpunkt i am Ausgang des CCD-Sensors anliegt	28	(Abb. 2.14)
\tilde{U}_i :	Spannung, die zum Zeitpunkt i am Eingang des AD-Wandlers (Framgrabber) anliegt	28	(Abb. 2.14)
$\vec{v}(\vec{X}, t)$:	Strömungsgeschwindigkeit		
\vec{X} :	$= \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ Positionsvektor im Meßvolumen		
$\vec{X}_i(t)$:	Position des i -ten Partikels im Meßvolumen	13	
\vec{x} :	$= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ Positionsvektor auf der Bildebene		
$\vec{x}_i(t)$:	Position des i -ten Partikelbildes auf der Bildebene	19	(Gl. 2.6)
X_i :	X-Position des i -ten Partikels im Meßvolumen		
x_i :	x-Position des i -ten Partikelbildes auf der Bildebene		
Y_i :	Y-Position des i -ten Partikels im Meßvolumen		
y_i :	y-Position des i -ten Partikelbildes auf der Bildebene		
Z_i :	Z-Position des i -ten Partikels im Meßvolumen		

Abkürzungen und Fachwörter

CCD: „Charge Coupled Device“: Elektronischer Bildsensor, der aus einer Matrix von lichtempfindlichen Kondensatoren besteht.

FFT:	„Fast Fourier Transform“: Schneller Algorithmus zur Berechnung der diskreten Fouriertransformation.
Framegrabber:	Gerät zur Digitalisierung von Videobildern. Besteht im Prinzip aus einem (oder mehreren) Analog-Digital-Wandlern und einer Elektronik, die den Anfang des Videobildes und der einzelnen Zeilen im Videosignal erkennt.
KKF:	„Kreuzkorrelationsfunktion“: Gibt an, wie gut zwei Signale übereinstimmen in Abhängigkeit von der Verschiebung, mit der sie übereinander gelegt werden.
ISA-Bus:	„Industrie Standard Architecture“ Von IBM eingeführtes standardisiertes Bus-System. Dient zur Datenübertragung zwischen dem Computer und eingebauten Steckkarten, z.B. Framegrabbern.
Korrelationspeak:	Maximum der Korrelation und seine nähere Umgebung. Bei der Korrelation von PIV-Bildern hat dieser Peak eine charakteristische „Form“, die meistens einer zweidimensionalen Gaußverteilung ähnelt.
n-Tupel:	Verallgemeinerung von Tripel, Quadrupel, etc. Menge von zusammengehörigen Werten.
Nd:YAG:	„Neodym Yttrium Aluminium Granat“. Lichtverstärkende Substanz in den verwendeten Puls-Lasern.
„Peak-locking“-Effekt:	Systematischer Fehler, der bei der Auswertung von PIV-Bildern auftreten kann: Die gemessenen Partikelbildverschiebungen liegen dann bevorzugt in der Nähe von ganzzahligen Werten (z.B. 1 Pixel, 2 Pixel etc.).
Partikelbild:	wird hier nur zur Bezeichnung des Bildes eines <i>einzelnen</i> Partikels verwendet.
PIV:	„Particle Image Velocimetry“: Partikelbild Velozimetrie
PIV-Bild:	wird hier zur Bezeichnung eines Bildes von vielen Partikeln verwendet, das zum Zwecke einer PIV-Auswertung aufgenommen wurde.
Pixel:	„Picture Element“: Element eines Bildes im Rechner. Bei Graustufenbildern wird es üblicherweise durch einen Wert von 0 (Schwarz) bis 255 (Weiß) repräsentiert.
Stör-Peak:	Die Korrelationsfunktion von zwei PIV-Bildern lässt sich zerlegen in einen Korrelations- oder Signal-Peak, der durch die Korrelation von den Partikelbildern derselben Partikel miteinander entsteht, und viele kleine „Stör-Peaks“, die durch die zufällige Korrelation von Partikelbildern unterschiedlicher Partikel entstehen.

1 Einleitung

Viele strömungsphysikalische Probleme erfordern die berührungslose simultane Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten an möglichst vielen Positionen. Die konventionelle PIV-Technik (Particle Image Velocimetry [1, 2, 3, 4, 5, 6]) hat sich seit einigen Jahren etabliert und wird nun in großen Windkanälen implementiert [7, 8]. Das Prinzip ist Folgendes: Die Strömung wird mit kleinsten Partikeln versetzt. An zwei kurz aufeinander folgenden Zeitpunkten wird dann je ein Bild von diesen Partikeln mit einer Foto- oder Videokamera aufgenommen. Die Beleuchtung erfolgt mit einem Laserlichtschnitt, so daß nur die Partikel in einer definierten Ebene sichtbar sind. Diese Bilder werden im Rechner in viele kleine Teilbilder zerlegt, und für jedes Teilbild wird mittels Korrelationsanalyse der Partikelbildversatz zwischen der ersten und der zweiten Aufnahme bestimmt. Zusammen mit der Zeitdifferenz, die zwischen den beiden Aufnahmen lag, und der Annahme, daß die Partikel der Strömung optimal gefolgt sind, läßt sich dann die momentane Strömungsgeschwindigkeit an jeder Stelle des Beobachtungsgebietes ermitteln. Der Nachteil ist, daß man auf diese Weise nur zwei Projektionen des Geschwindigkeitsvektors senkrecht zur Kamerablickrichtung (X- und Y-Komponente) messen kann, nicht aber die Geschwindigkeit in Blickrichtung zur Kamera (Z-Komponente).

Die naheliegende Möglichkeit zur Bestimmung der Z-Komponente ist die gleichzeitige Aufnahme der Partikel mit einer zusätzlichen Kamera unter einem anderen Blickwinkel. Da dann die Projektionen des Geschwindigkeitsvektors senkrecht zur Blickrichtung der ersten und senkrecht zur Blickrichtung der zweiten Kamera zur Verfügung stehen, lassen sich alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors rekonstruieren. Dieses Verfahren wird üblicherweise als Stereo-PIV bezeichnet und ist z.B. in [9, 10, 11, 12] beschrieben. Diese und weitere Möglichkeiten, z.B. die holographische Aufnahme der Partikel, sind in [13] zusammengefaßt.

Eine andere Methode, die besonders dann interessant ist, wenn aufgrund des eingeschränkten optischen Zuganges zu der Strömung keine Stereo-Aufnahmen möglich sind (z.B. die Strömungen innerhalb eines Motors), wird in dieser Arbeit behandelt. In einer Machbarkeitsstudie [14] wurde erstmals gezeigt, daß es möglich ist, die Z-Komponente der Partikelverschiebungen durch die zusätzliche Aufnahme eines dritten Bildes mit leicht versetztem Lichtschnitt zu bestimmen (Zwei-Ebenen-PIV). Dabei wird im Prinzip die zusätzliche Information genutzt, die in der Partikelbild¹-Helligkeit enthalten ist (beim konventionellen PIV wird nur die Partikelbildposition genutzt). Die Partikelbildhelligkeit hängt nämlich

¹Da es im Deutschen nicht möglich ist, dem Wort „Partikelbild“ zu entnehmen, ob es sich um ein Bild eines oder mehrerer Partikel handelt, wird es in dieser Arbeit nur zur Bezeichnung des Bildes eines einzigen Partikels benutzt. Ein Bild, auf dem viele Partikel abgebildet sind, und das für die PIV-Auswertung aufgenommen wurde, wird hier demzufolge als „PIV-Bild“ bezeichnet

hauptsächlich von der Z-Koordinate des Partikels ab: Wenn es sich genau auf der Lichtschnittmittelebene befindet, ist es am hellsten, etwas davor oder dahinter wird es dunkler, bis es schließlich nicht mehr sichtbar ist. In der Korrelationsfunktion beeinflussen diese unterschiedlichen Partikelbildhelligkeiten die Höhe des Korrelationsmaximums (Abb. 1.1) folgendermaßen: Wenn sich die Partikel nicht in Z-Richtung bewegen, ist die Korrelation der Bilder aus den unversetzten Lichtschnitten am größten. Wenn der Partikelversatz in Z-Richtung genau dem Lichtschnittversatz entspricht, ist die Korrelation der Bilder aus den versetzten Lichtschnitten am größten. Die Höhe der Korrelationen für alle anderen Partikelversätze läßt sich aus der Intensitätsverteilung in den Lichtschnitten (den Lichtschnittprofilen) berechnen.

Da die Höhe des Korrelationsmaximums von sehr vielen weiteren Faktoren beeinflusst werden kann, ist es nötig, sich genauer mit der Entstehung der Bilder und der Korrelation zu befassen, als dies bisher in der Literatur zu finden ist. Es ist in diesem Zusammenhang auch notwendig, die Auswerte-Algorithmen (die bisher vor allem auf kurze Rechenzeit optimiert wurden) durch rechenaufwendigere, dafür aber genauere zu ersetzen.

In der vorliegenden Arbeit soll das bisher eher empirisch entwickelte Zwei-Ebenen PIV-Verfahren auf eine solide theoretische Grundlage gestellt und seine Anwendbarkeit in technisch relevanten Strömungen (Luftströmungen mit hohen Geschwindigkeiten) untersucht werden.

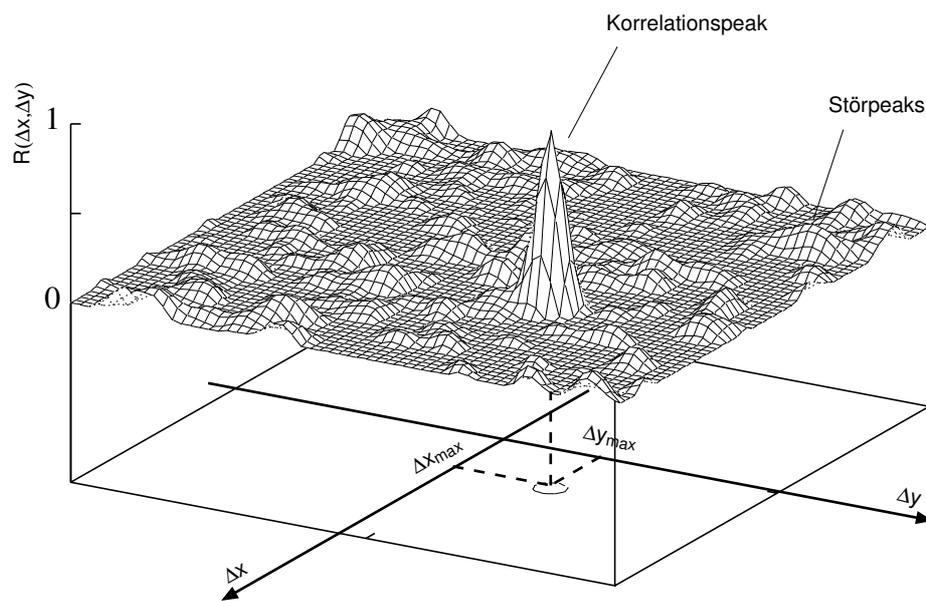


Abbildung 1.1: Während beim konventionellen PIV nur die Position des Korrelationspeaks genutzt wird, wird beim Zwei-Ebenen PIV zusätzlich die Information genutzt, die in der Höhe des Korrelationspeaks enthalten ist. Diese Höhe hängt im Idealfall nur von der Z-Komponente der Strömungsgeschwindigkeit ab. Bei dieser Korrelation von simulierten PIV-Bildern ist gut zu erkennen, daß man die Korrelationsfunktion für die theoretische Beschreibung in einen großen „Korrelationspeak“ und viele kleine „Störpeaks“ separieren kann. Die Verwendung des Wortes (Korrelations-) „Peak“ wurde in diesem Zusammenhang zugunsten einer kurzen und eindeutigen Benennung der konvexen Korrelationsfunktion in der Umgebung eines lokalen Maximums gewählt.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen für die Zwei-Ebenen-PIV-Technik beschrieben, die verwendeten mathematischen Modelle vorgestellt (es handelt sich dabei im Wesentlichen um eine Erweiterung der in [5] benutzten Modelle) und die notwendigen Vereinfachungen und Verallgemeinerungen diskutiert. Außerdem werden typische Fehlerquellen aufgezeigt und Verfahren zu deren nachträglicher Korrektur vorgestellt.

2.1 Vom Strömungsfeld zu den digitalisierten PIV-Bildern

Der Gesamtprozeß der Aufnahme eines PIV-Bildes läßt sich durch die Aneinanderreihung folgender Einzelschritte beschreiben, die für die spätere korrekte Interpretation der Bilder relevant sind (Abb. 2.1).

- (A) Wirkung des Strömungsfeldes auf das Partikel-Ensemble
- (B) Beleuchtung des Partikel-Ensembles mittels Laserlichtschnitt und Streu-Effekte an den einzelnen Partikeln
- (C) Abbildung des gestreuten Lichts durch die Kamera-Optik
- (D) Umwandlung der Lichtverteilung in elektrische Signale (CCD Sensor)
- (E) Übertragung des elektrischen Signals (Videosignal)
- (F) Digitalisierung des elektrischen Signals (Framegrabber), Übertragung des digitalisierten Signals und Ablegen im Speicher des Rechners als Bild

Im folgenden ist des öfteren von einem Abfragevolumen die Rede. Im Vorgriff auf Abschnitt 2.2.3 sei hier bereits erwähnt, daß das aufgenommene Bild später im Rechner in kleine Teilbilder, die sogenannten Abfragefenster zerlegt wird. Die Rückprojektion eines solchen Abfragefensters in den Lichtschnitt wird dementsprechend als Abfragevolumen bezeichnet. Für jedes dieser Abfragevolumina wird die lokale Strömungsgeschwindigkeit ermittelt.

Doch nun die Schritte im einzelnen:

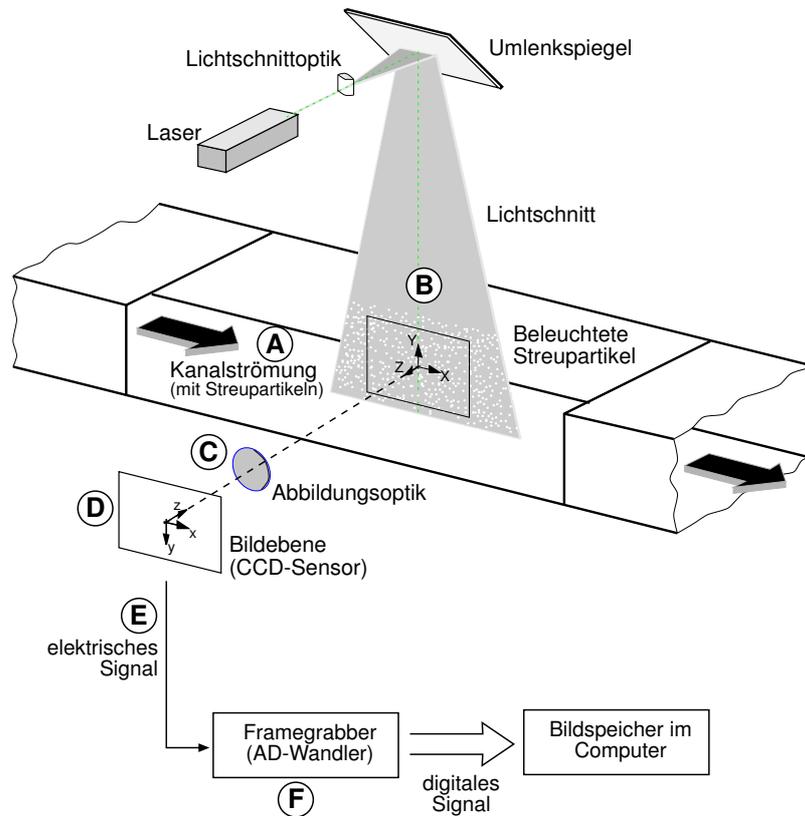


Abbildung 2.1: Einzelschritte bei der Aufnahme eines PIV-Bildes

2.1.1 Das Partikel-Ensemble

Die Größe der Streupartikel und die Dichte des Materials, aus dem sie bestehen, müssen so gewählt werden, daß die Partikel der Strömung optimal folgen bzw. der zu erwartende Fehler im Folgeverhalten kleiner ist als der Fehler durch die PIV-Auswertung. In Abb. 2.2 ist dargestellt, wie sich bei falscher Wahl der Partikel und des Pulsabstandes das gemessene Geschwindigkeitsfeld von dem wahren unterscheiden kann.

Die Anzahldichte der Partikel muß so gewählt sein, daß sich innerhalb jedes Abfragevolumens weder zu wenig noch zu viele Partikel befinden. Zu wenige Partikel pro Abfragevolumen führen zu einem starken Rauschen in der Korrelationsfunktion und damit zu Schwierigkeiten in der Auswertung. Zu viele Partikel führen durch die daraus folgende Überlappung der Partikelbilder zu einer Verzerrung der Korrelationsfunktion und damit ebenfalls zu Ungenauigkeiten in der Auswertung.

Für die mathematische Beschreibung eines Partikels als Streukörper wird neben seinem Ort $\vec{X}_i(t)$ der Streukoeffizient $\sigma_i(\alpha_i, r_i, \Delta\alpha)$ berücksichtigt. Das ist eine skalare Größe, die angibt, welchen Anteil des einfallenden Lichtes das Partikel in Richtung der Kamera streut. Die Abhängigkeit dieses Streukoeffizienten vom Beobachtungswinkel α_i und dem Partikelradius r_i wird durch die Mie-

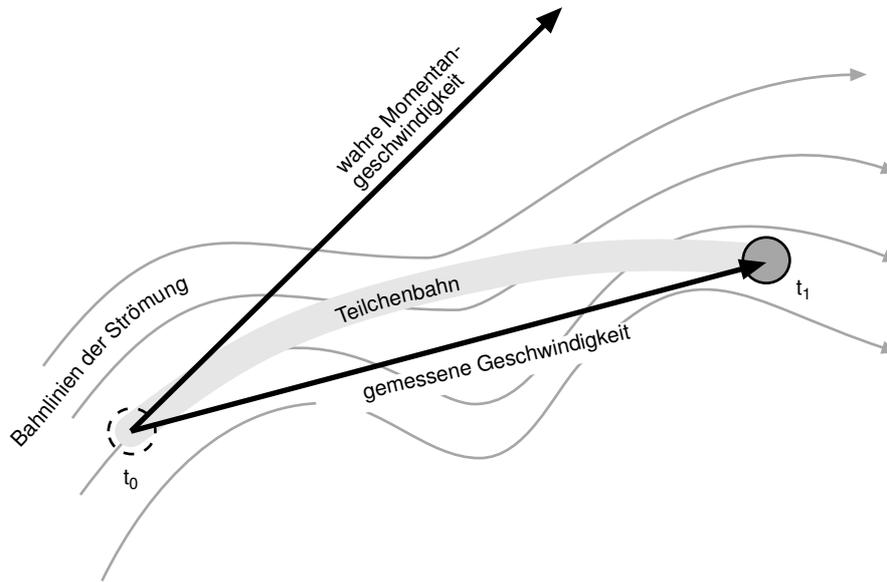


Abbildung 2.2: Stark übertriebenes Beispiel zur Veranschaulichung der möglichen Fehler bei der Wahl der Partikel und des Pulsabstandes.

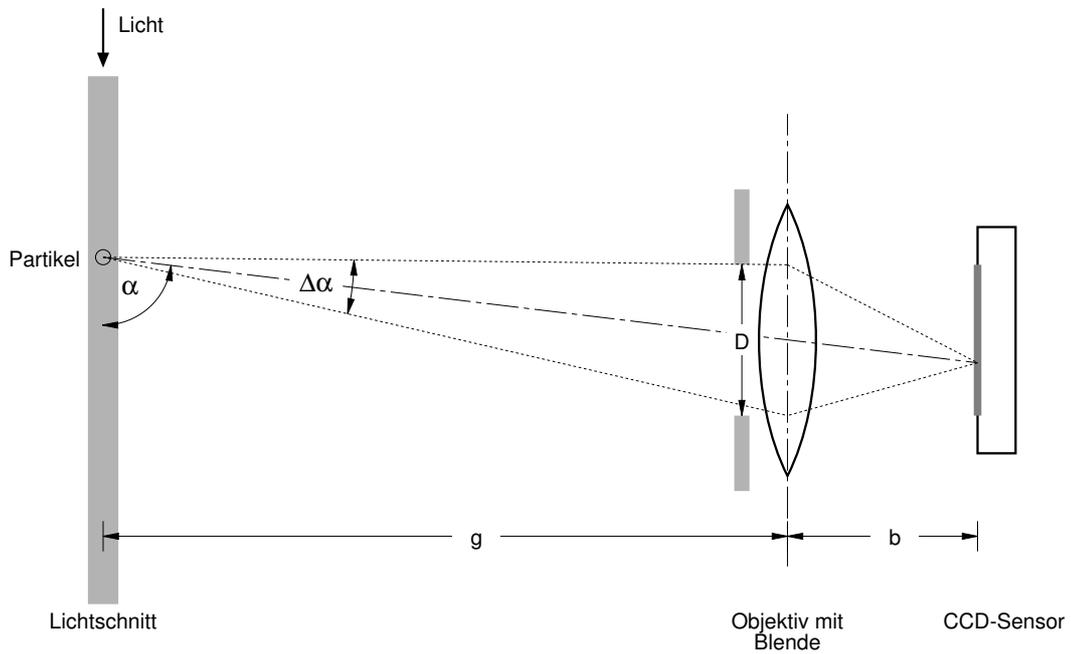


Abbildung 2.3: Zur Berechnung des Streukoeffizienten eines Partikels über die Mie-Streuung: Beobachtungswinkel α und Integrationskegel (Öffnungswinkel $\Delta\alpha$) bei der Aufnahme eines Partikelbildes.

Streuung¹ beschrieben. Die komplexen Amplituden des gestreuten Lichtes werden dann über einen „Kegel“ integriert, dessen Öffnungswinkel $\Delta\alpha$ durch die Blendenöffnung D des Objektivs der PIV-Aufnahmekamera und die Gegenstandsweite g bestimmt wird (Abb. 2.3). Diesen Öffnungswinkel $\Delta\alpha$ kann man auch direkt aus der Blendenzahl $k = b/D$ und dem Abbildungsmaßstab $M = b/g$ berechnen:

$$\Delta\alpha \approx \tan^{-1} \left(\frac{D}{g} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{M}{k} \right) \quad (2.1)$$

In Abb. 2.4 ist die Winkelabhängigkeit der Intensität des gestreuten Lichtes für verschiedene Partikelgrößen aufgetragen. Die entdimensionalisierte Partikelgröße r_n errechnet sich dabei aus dem Partikelradius r , dem Brechungsindex des umgebenden Mediums n_m und der Vakuumwellenlänge des einfallenden Lichtes λ zu

$$r_n = 2\pi n_m \cdot \frac{r}{\lambda} \quad (2.2)$$

Der aufgetragene Winkelbereich von 84° bis 96° entspricht dem oberen und unteren Rand des PIV-Bildes bei folgenden typischen Parametern:

Brennweite des Objektivs:	50 mm
Höhe des CCD-Sensors:	10 mm
Brechungsindex der Partikel (Olivenöl):	1,5
Brechungsindex von Luft:	1
Durchmesser der Partikel:	$0,3 \mu\text{m} - 2,0 \mu\text{m}$
Wellenlänge des Lichtes (Nd:YAG-Laser):	532 nm
Abbildungsmaßstab:	1:10
Blendenzahl:	2,6
= Öffnungswinkel für Integrationskegel:	$2,2^\circ$

In Abb. 2.5 ist dann die unter 90° gestreute Intensität für verschiedene Partikeldurchmesser aufgetragen.

In den üblichen PIV-Anwendungen kann man die Winkelabhängigkeit des Partikel-Streukoeffizienten σ_i vernachlässigen, da sich die Partikel zwischen den Aufnahmen nicht mehr als ca $0,2^\circ$ weiterbewegen (die Versuchsparameter werden so gewählt, daß die maximale Partikelbildverschiebung 15 Pixel = $15 \cdot 10 \mu\text{m} = 0,15 \text{ mm}$ nicht übersteigt). Das heißt, man darf jedem Partikel innerhalb des Bereiches, in dem es sich während der Aufnahmen der Bilder aufhält, ein konstantes σ_i zuordnen.

Für die spätere Abbildung durch das Objektiv kann die Größe der Partikel angesichts der erreichbaren Auflösung des Aufzeichnungsmediums vernachlässigt werden (der Durchmesser des geometrisch abgebildeten Partikelbildes wäre ca. $0,1 \mu\text{m}$, und somit um den Faktor 100 kleiner als ein CCD-Pixel), wodurch die Partikel im Meßvolumen als räumliche Dirac'sche Delta-Funktionen $\delta(\vec{X})$ dargestellt werden können.

¹Die **Mie-Streuung** beschreibt die Streuung von kohärentem Licht an einem kugelförmigen „durchsichtigen“ Objekt, dessen Durchmesser wenige Lichtwellenlängen beträgt. Durch die Interferenz zwischen dem reflektierten und dem gebrochenen Licht entsteht eine komplizierte Abhängigkeit der Streu-Amplitude vom Beobachtungswinkel und von der Polarisation.

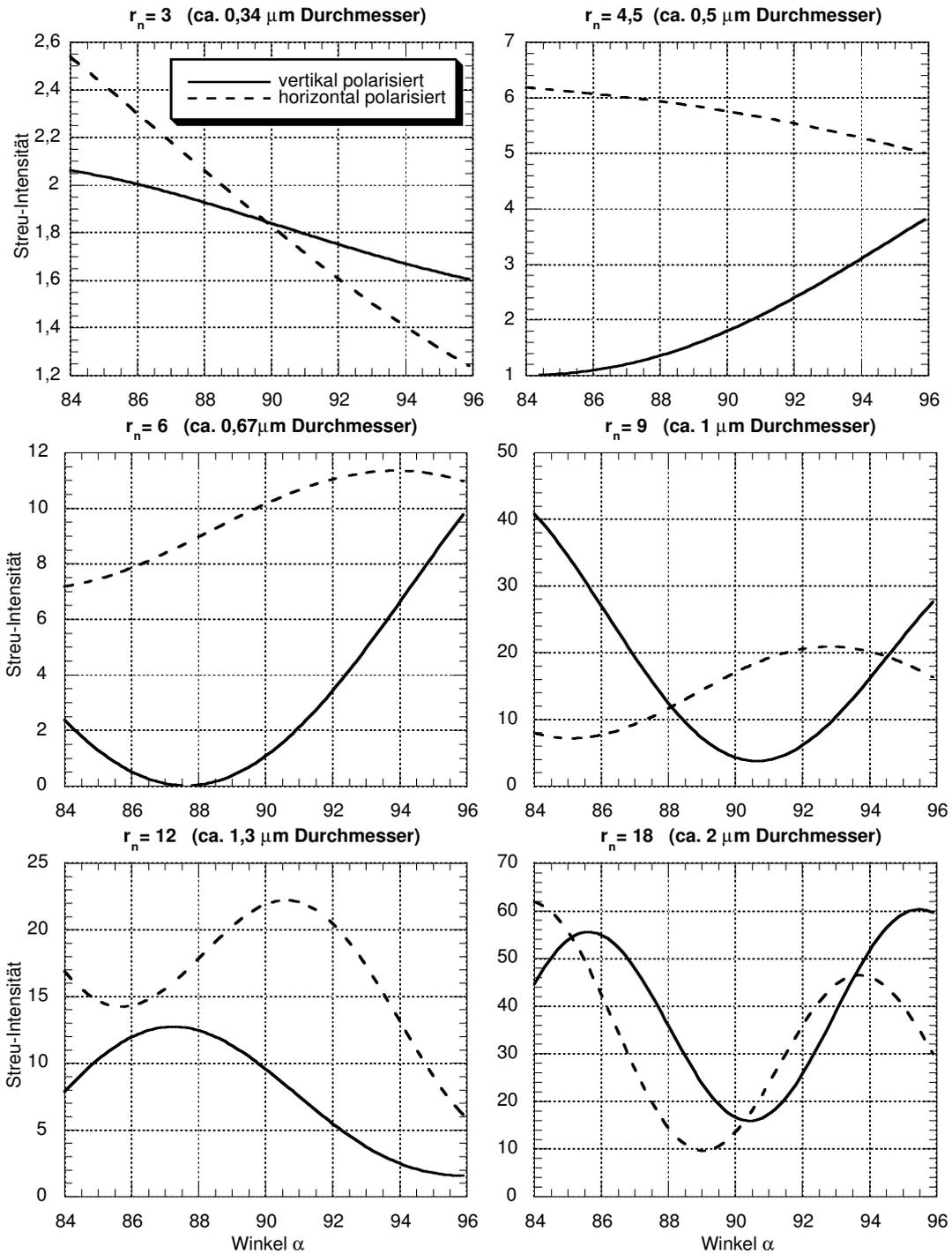


Abbildung 2.4: Mie-Streuung von kleinen Öltröpfchen in Luft. Der Winkelbereich entspricht dem Beobachtungswinkel, unter dem das Partikel erscheint, wenn es sich vom oberen zum unteren Rand des PIV-Bildes bewegt. Die Streu-Intensität ist mit der Querschnittsfläche des Partikels normiert, ansonsten in willkürlichen Einheiten aufgetragen. Als vertikale Polarisation wird der Fall bezeichnet, bei dem die elektrische Feldstärke im Lichtschnitt in Kamera-Blickrichtung orientiert ist.

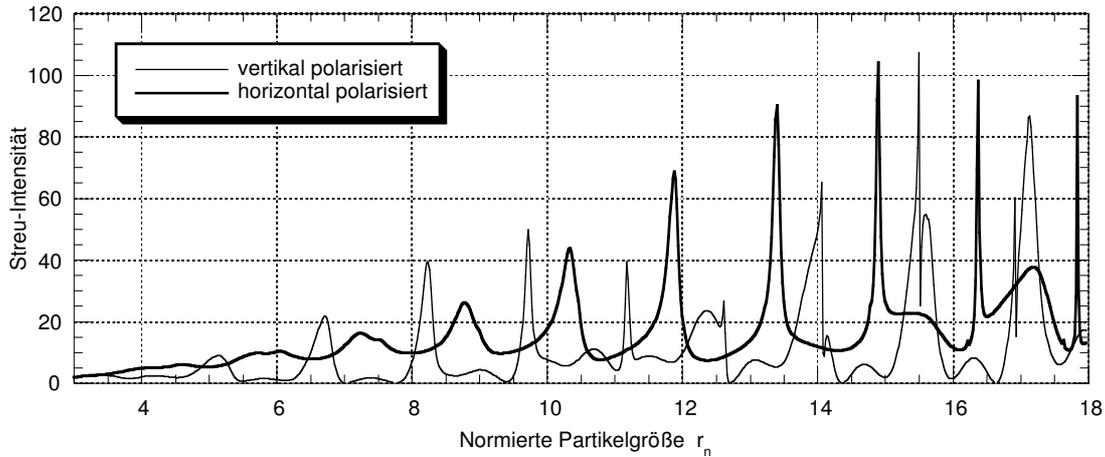


Abbildung 2.5: Mie-Streuung von kleinen Öltröpfchen bei einem Beobachtungswinkel von 90° . Die normierte Partikelgröße von 9 entspricht einem Durchmesser von etwa $1 \mu\text{m}$.

Im folgenden wird das Ensemble aller N Partikel im Windkanal (oder Wasserkanal) betrachtet. Die Streueigenschaft eines solchen Partikel-Ensembles läßt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\sigma(\vec{X}, t) = \sum_{i=1}^N \sigma_i \cdot \delta(\vec{X} - \vec{X}_i(t)) \quad (2.3)$$

2.1.2 Beleuchtung des Partikel-Ensembles mittels Laserlichtschnitt

Das Partikel-Ensemble wird nun mit einem in einer Richtung aufgeweiteten Laserstrahl (Lichtschnitt) beleuchtet (siehe auch Abb. 2.1 auf Seite 13). Um die Beschreibung des Auswerteverfahrens übersichtlich zu halten, wird hier (unabhängig von dem durch das strömungsphysikalische Problem vorgegebene Koordinatensystem) das Koordinatensystem immer so gewählt, daß X und Y den Lichtschnitt aufspannen, und Z senkrecht zum Lichtschnitt steht (Abb. 2.6).

Die Intensität des einfallenden Lichtes an einer beliebigen Stelle (X, Y, Z) wird durch $I_\ell(X, Y, Z)$ beschrieben. Für die Güte des Lichtschnittes muß dabei vorausgesetzt werden, daß die Schwankungen der Intensität in der XY-Ebene $I_\ell(X, Y, Z)|_{Z=\text{const}}$ so gering sind, daß sie innerhalb eines Abfragevolumens vernachlässigt werden können. Die Intensitätsverteilung in Z-Richtung $I_\ell(X, Y, Z)|_{(X,Y)=\text{const}}$ muß (bis auf einen Faktor) für alle Abfragevolumina identisch sein, und darf keine „Löcher“ haben, d. h. sie muß in der Mitte des Lichtschnittes ein Maximum haben und zu beiden Seiten monoton auf Null abfallen. Idealerweise hat sie ein gaußförmiges Profil.

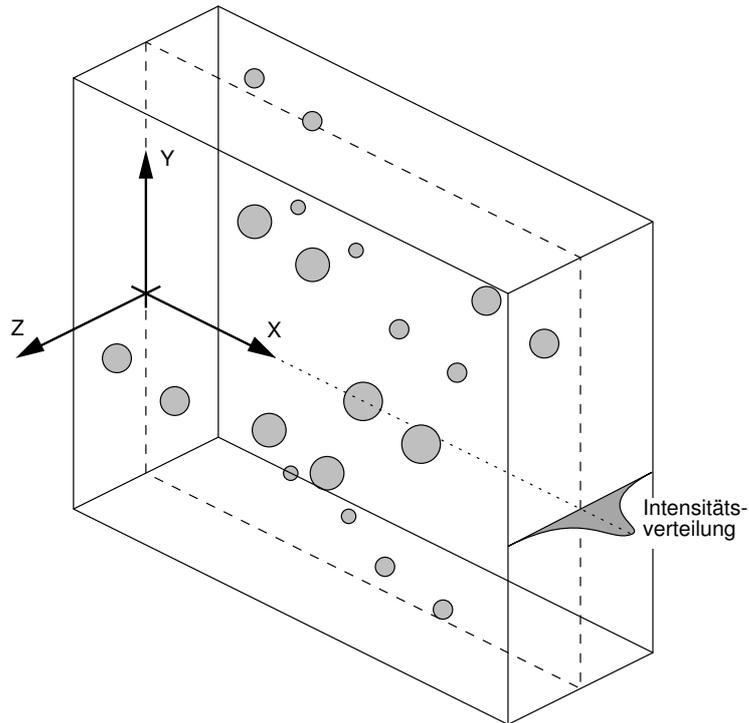


Abbildung 2.6: Die Helligkeit eines Partikels hängt von seiner Z-Position im Lichtschnitt ab. (Die Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls ist in X-Richtung)

Das in Richtung der Kamera gestreute Licht des Partikel-Ensembles ist

$$I_{\sigma}(\vec{X}, t) = I_{\ell}(\vec{X}) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i \cdot \delta(\vec{X} - \vec{X}_i(t)) \quad (2.4)$$

$$= \sum_{i=1}^N I_{\ell}(\vec{X}_i) \cdot \sigma_i \cdot \delta(\vec{X} - \vec{X}_i(t)) \quad (2.5)$$

2.1.3 Abbildung des gestreuten Lichtes durch die Kamera-Optik

Das vom Partikel-Ensemble gestreute Licht wird nun durch ein Objektiv auf die Bildebene der Kamera abgebildet. Der Großteil der dabei auftretenden Abbildungsfehler kann bei geeigneter Wahl der Kameraposition (großer Abstand zwischen Kamera und Meßvolumen) und qualitativ hochwertiger Objektive vernachlässigt werden. Folgende in der Literatur übliche Annahmen für die Abbildung werden gemacht:

- Die Schärfentiefe ist so groß, daß alle sichtbaren Partikel (also die, die vom Lichtschnitt beleuchtet werden) scharf abgebildet werden.

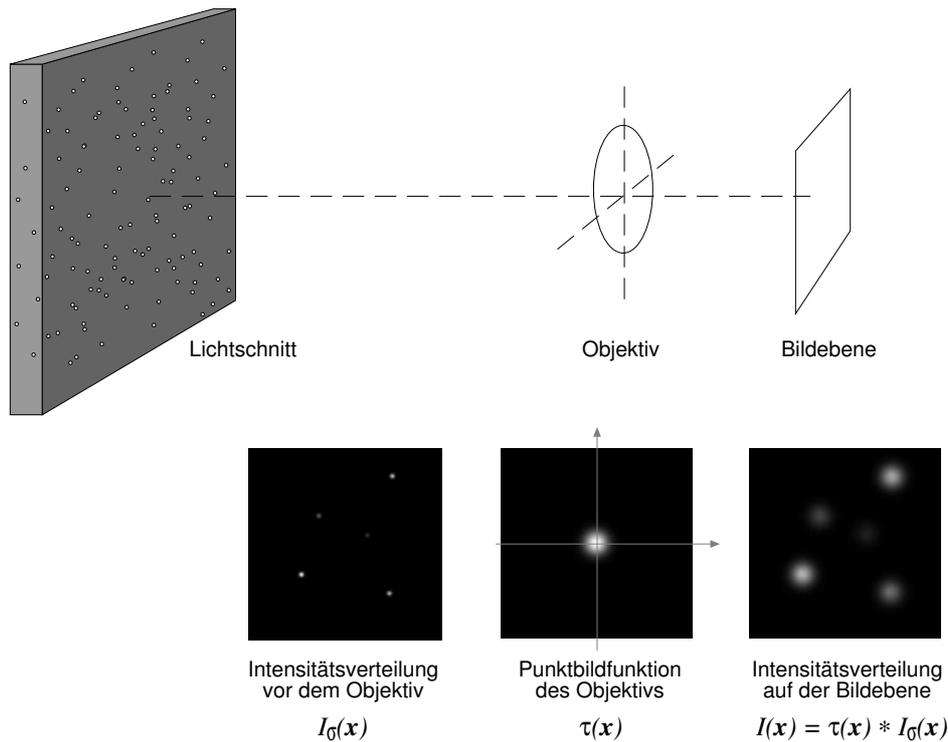


Abbildung 2.7: Abbildung des gestreuten Lichtes durch die Kamera-Optik

- Eine Verschiebung eines Partikels in Z-Richtung hat keine Verschiebung des Partikelbildes in x- oder y-Richtung zur Folge, und es gibt keine geometrischen Verzerrungen, d. h. es wird Parallelprojektion angenommen. Bei Messung aller drei Komponenten ist diese Annahme nicht zwingend und kann bei Bedarf auf Kosten eines etwas höheren Rechenaufwandes bei der Rekonstruktion der Partikelverschiebungen fallen gelassen werden)
- Die Punktbildfunktion (Optische Impulsantwort) des Objektivs, bedingt durch die Blende *und* Linsenfehler, ist für alle Positionen auf der Bildebene gleich und darf durch eine gaußförmige Helligkeitsverteilung angenähert werden. In der Literatur wird oft nur die Beugungsbegrenzung der Blende berücksichtigt, was dann zu der sogenannten Airy-Funktion als Punktbildfunktion führt [15]. Ein einfaches Messen des Partikelbilddurchmessers zeigt aber, daß dies nicht der einzige Effekt sein kann (die Partikelbilder sind immer größer als erwartet).

Mit diesen Annahmen reduziert sich die Abbildung auf

$$x_i = M X_i, \quad (2.6)$$

$$y_i = M Y_i \quad (2.7)$$

und die Faltung des Intensitätssignals mit der zweidimensionalen Punktbildfunktion $\tau(\vec{x})$, so daß man die Intensitätsverteilung, die auf den CCD-Sensor fällt, schreiben kann als

$$I_B(\vec{x}, t) = \tau(\vec{x}) * \sum_{i=1}^N I_L(\vec{X}_i) \cdot \sigma_i \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i(t)), \quad (2.8)$$

wobei der Fokussierungseffekt ($\delta(\vec{X}) \rightarrow \frac{1}{M^2} \delta(\vec{x})$) in der Punktbildfunktion enthalten sei. Das heißt, die Partikelbilder auf einem idealen PIV-Bild haben alle dieselbe „Form“ $\tau(\vec{x})$, aber unterschiedliche Helligkeiten, die von der Position im Lichtschnitt und dem Streukoeffizient des jeweiligen Partikels abhängen.

In der Realität lassen sich die obigen Bedingungen meist nur unvollständig erreichen. Je größer man die Schärfentiefe durch Verkleinern der Blendenöffnung macht, desto weniger Licht erreicht die Bildebene, so daß man fast immer einen Kompromiß aus Bildschärfe und -helligkeit in Kauf nehmen muß. Für die theoretische Beschreibung heißt das vor allem, daß man nur noch näherungsweise von Partikelbildern mit identischer „Form“ ausgehen kann. Zu allem Überfluß werden die Bilder von defokussierten Partikeln auch nicht nur „verschmiert“, sondern bekommen eine völlig andere Form (sie werden zu Ringen), was daran liegt, daß die Punktbildfunktion bei kohärentem Licht hochgradig dreidimensional ist, und knapp vor oder hinter der Fokusebene ihr Maximum nicht mehr immer in der Mitte hat.

Eine weitere Einschränkung der Allgemeingültigkeit wird hier gemacht, indem von vornherein nur mit Licht-Intensitäten gerechnet wird. Wegen des kohärenten monochromatischen Lichtes müßten die komplexen Amplituden des an den Partikeln gestreuten Lichtes sowohl bei der Abbildung durch das Objektiv als auch bei der Belichtung der Bildebene erhalten bleiben und dort aufsummiert werden. Erst dann darf das Betragsquadrat zur Berechnung der Intensität gebildet werden. Wie man sich leicht überlegen kann, fügt dies der Intensitätsverteilung aus Gl. 2.8 einen Term hinzu, der die Intensität der Interferenz zwischen je zwei Partikelbildern beschreibt. Wenn man allerdings davon ausgehen kann, daß sich die Partikelbilder nicht oder nur selten überlappen, ist dieser Term nahezu Null und darf vernachlässigt werden [5].

Die geometrischen Verzerrungen stellen bis zu einem gewissen Grad kein Problem für die Auswertbarkeit der Bilder dar. Solange sie nicht so groß sind, daß sie schon innerhalb eines Abfragefensters ins Gewicht fallen, lassen sie sich nachträglich im fertigen Geschwindigkeitsfeld mit geeigneten Kalibrier-aufnahmen eliminieren.

Bei einem realen PIV-Bild hat man zusätzlich zu dem gestreuten Licht der Partikel im Lichtschnitt auch noch Störlicht, das üblicherweise als „Hintergrundhelligkeit“ bezeichnet wird. Dieser Name ist allerdings etwas irreführend, da der Großteil dieses Störlichtes (wenn nicht irgendwelche Objekte hinter dem Lichtschnitt stehen) von den Partikeln zwischen Lichtschnitt und Kamera herrühren (Abb. 2.8). Dieser „Nebel“ wird indirekt von Streulicht beleuchtet. Das wichtige an dieser Erkenntnis ist, daß es nicht möglich ist, die „Hintergrundhelligkeit“ durch die nachträgliche Subtraktion eines separat aufgenommenen Null-Bildes zu eliminieren.

2.1.4 Umwandlung der Lichtverteilung in elektrische Signale (CCD Sensor)

Der nächste Schritt ist die Umwandlung der kontinuierlichen Intensitätsverteilung an diskreten Punkten in elektrische Spannungen. Dies geschieht mit einem CCD-Sensor (Charge Coupled Device), ei-

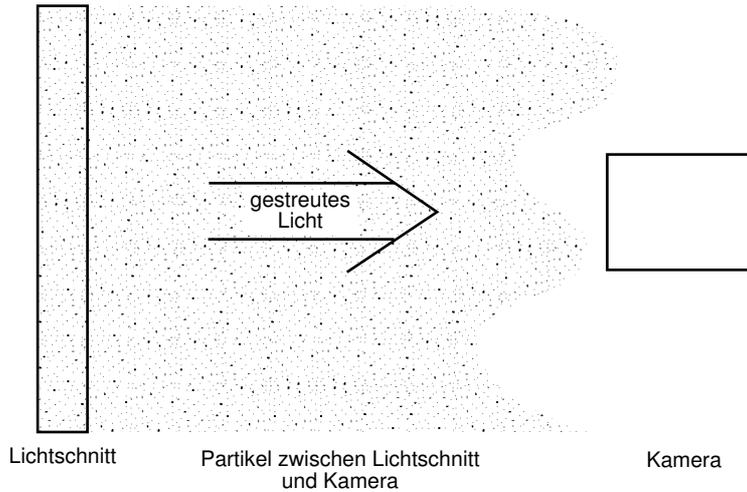


Abbildung 2.8: Die Messungen an eingegossenen Partikeln (siehe Kapitel 4) deuten darauf hin, daß die „Hintergrundhelligkeit“ hauptsächlich durch Partikel zwischen Lichtschnitt und Kamera entsteht, die indirekt durch das gestreute Licht der Partikel im Lichtschnitt beleuchtet werden. Da sowohl dieser „Nebel“ als auch die Partikel im Lichtschnitt von Bild zu Bild ihre Positionen ändern, läßt sich durch Mittelung über mehrere Bilder oder separate Aufnahme eines „Null-Bildes“ keine sinnvolle Abschätzung dafür finden.

nem Raster von kleinen rechteckigen lichtempfindlichen Elementen („Pixel“), deren elektrische Ladung beim Auftreffen eines Photons um einen gewissen Betrag erhöht wird. Am Ende der Belichtungszeit werden die Ladungen aller Elemente sequentiell ausgelesen und im Takt von einigen MHz als Spannungen zur Verfügung gestellt. Die Umsetzung von Licht-Intensität in Spannung ist dabei linear, wobei allerdings noch termischen Rauschen hinzukommt.

Da sich diese Elemente nicht beliebig dicht nebeneinander setzen lassen und üblicherweise neben jedem Element noch ein verdecktes Element ist, in das am Ende der Belichtungszeit die Ladung gesichert wird, wird bei neueren CCD-Sensoren noch zusätzlich über jedes Element eine Mikrolinse gesetzt, die dann auch noch das Licht aus den Zwischenräumen auffangen soll. Damit werden dann ca. 80% des einfallenden Lichtes umgesetzt.

In dem mathematischen Modell wird die räumliche Integration des Intensitätssignals über die empfindliche Fläche dieser Elemente durch eine Faltung mit einer zweidimensionalen Gewichtungsfunktion $\tau_{ccd}(\vec{x})$ (Gl. 2.9)) und das anschließende Abtasten an den Rasterpunkten (Gl. 2.9) beschrieben (im Falle eines CCD-Sensors ohne Mikrolinsen ist diese Gewichtungsfunktion 1 innerhalb eines Rechtecks mit den Kantenlängen b_x und b_y und 0 außerhalb, siehe Abb. 2.10):

$$I(\vec{x}) = \tau_{ccd}(\vec{x}) * \tau(\vec{x}) * \sum_{i=1}^N I_\ell(\vec{X}_i) \cdot \sigma_i \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i(t)) \quad (2.9)$$

$$I_{k,l} = I(k\gamma, l\gamma) \quad \text{mit } k, l \in \mathbb{N} \quad (2.10)$$

$\gamma = \gamma_x = \gamma_y$ ist hierbei der Abstand zwischen zwei Gitterpunkten.

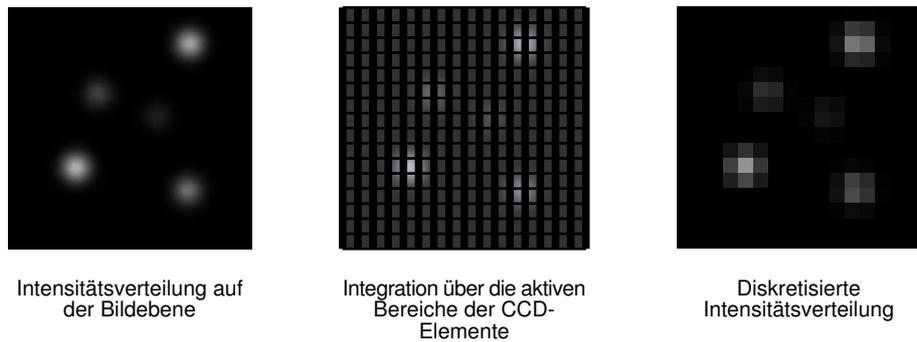


Abbildung 2.9: Diskretisierung der Intensitätsverteilung auf dem CCD-Sensor

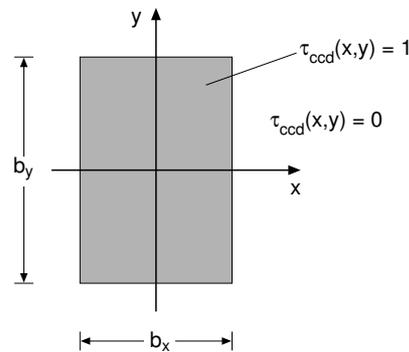


Abbildung 2.10: Gewichtungsfunktion eines CCD-Pixels: Innerhalb der aktiven Fläche werden Photonen linear in Ladungen umgesetzt außerhalb ist es unempfindlich.

Da man später bei der Auswertung möglichst genau (also nicht nur auf einen Gitterabstand genau) die Position des Korrelationsmaximums bestimmen will, muß man sich an dieser Stelle Gedanken zur Abtastung des Bildes machen. In der PIV-Literatur ist das teilweise sehr verwirrend dargestellt. Zum einen wird dort die Erfüllung des Sampling-Theorems gefordert, später aber dann eine Gaußkurve an die Korrelationsfunktion angepaßt.

Um ein wenig Klarheit zu schaffen, werden hier drei Fälle unterschieden:

- a) Die „Form“ der Korrelationsfunktion ist unbekannt. Dann muß man den Gitterabstand gemäß dem Samplingtheorem wählen. Für die exakte Bestimmung der (sub-Pixel-) Position des Maximums gibt es Interpolationsvorschriften, die unabhängig von ihrer „Form“ sind.
- b) Die „Form“ der Korrelationsfunktion ist bekannt. Dann ist der Gitterabstand völlig beliebig. Einzig die Anzahl der abgetasteten Punkte ist dann von Bedeutung. Für die Anpassung der Funktion sind alle Punkte in der Korrelationsebene zu benutzen.
- c) Die „Form“ der Korrelationsfunktion ist nur grob bekannt, d. h. man kennt eine Funktion, die in der Nähe des Maximums recht gut „paßt“, aber weiter weg von der wahren „Form“ abweicht.

In diesem Fall kann man den erforderlichen Gitterabstand nicht über das Sampling-Theorem bestimmen. Hier muß man abschätzen oder ausprobieren, bis zu welcher Entfernung vom Maximum die Korrelationsfunktion noch durch die anzupassende Funktion ausreichend beschrieben wird und dann dafür sorgen, daß innerhalb dieses Intervalls mindestens so viele Punkte liegen, wie die Funktion Freiheitsgrade hat.

Fall a) scheint auf den ersten Blick die eleganteste Lösung zu sein. Jedoch hat man hier keine Möglichkeit, überlagertes Rauschen zu eliminieren, da ja nirgends definiert ist, was das eigentliche Nutzsignal und was nur Rauschen ist.

Für die PIV-Auswertung sind also nur Fall b) und c) von Interesse, wobei allerdings das Sampling-Theorem keine Rolle spielt.

Natürlich gibt es eine Obergrenze für die Abtastrate, ab der man keine Verbesserung mehr erhält. Diese kann aber auch über der Bandbreite des Nutzsignals liegen, wenn das überlagerte Rauschen noch höhere Frequenzen enthält, die dann durch Mittelung eliminiert werden können. Die hauptsächliche Rauschquelle auf den PIV-Bildern ist die oben erwähnte „Hintergrundhelligkeit“, die genauso wie das Licht der Partikel mit der Punktbildfunktion der Kamera-Optik gefaltet wird, und dann keine höheren Frequenzen als das Nutzsignal mehr enthält.

2.1.5 Übertragung des elektrischen Signals

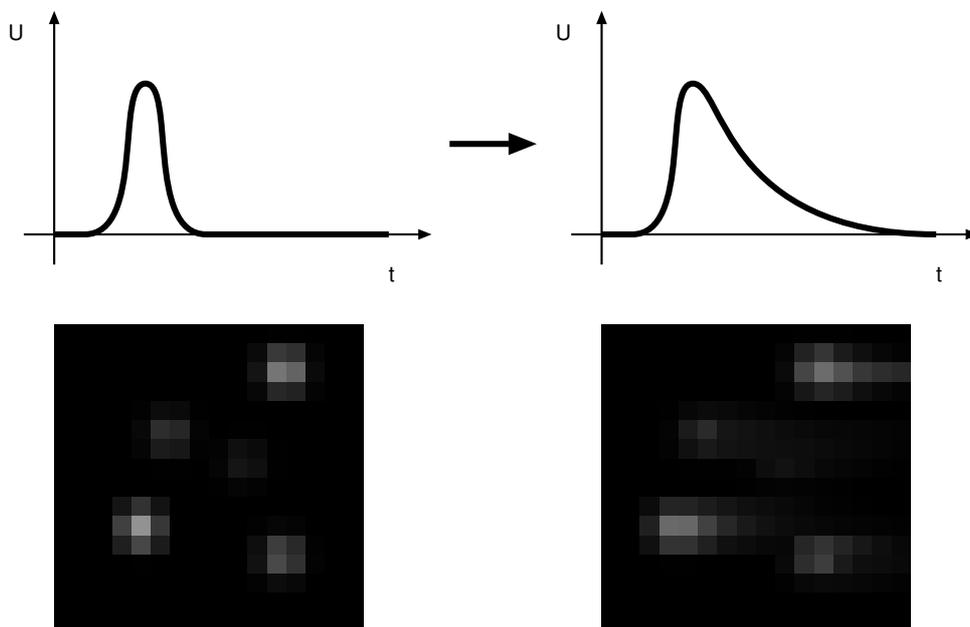


Abbildung 2.11: Typischer Übertragungsfehler

Die Spannungen, die der CCD-Sensor liefert, müssen zunächst verstärkt und dann zum Framegrabber (AD-Wandler) übertragen werden, der meistens in den Rechner eingebaut ist, bei den neueren sogenannten Digital-Kameras aber auch schon direkt im Kameragehäuse integriert ist.

Durch unterdimensionierte Verstärker und lange Kabel, die bei Signalfrequenzen von einigen MHz schon nicht mehr zu vernachlässigende Kapazitäten besitzen, treten aber auch in diesem Schritt signifikante Verfälschungen des Signals auf. Sie treten wegen der zeilenweisen Übertragung des Bildes nur in x-Richtung auf, und lassen sich daher durch Vergleich der waagerechten und senkrechten Charakteristik des Bildes leicht entdecken.

Diese Verfälschungen reichen vom einfachen Tiefpaßfilter, das z.B. von dem zu großen Ausgangswiderstand des Verstärkers und der Kapazität des Kabels herrühren kann, bis hin zu nichtlinearen Effekten, die auch stark asymmetrisch sein können: Die Partikelbilder sehen dann auf der linken Seite normal aus, ziehen aber nach rechts, also in Richtung des Auslesens, einen Schweif nach sich (siehe Abb. 2.11), was übrigens seltsamerweise auch bei einer der hier verwendeten Digital-Kameras (Typ P) auftritt, bei der dieses Signal nur über eine wenige Zentimeter lange Leitung transportiert werden muß.

2.1.6 Digitalisierung der elektrischen Signale (Framegrabber)

Bei der Analog-Digital-Wandlung des Videosignals wird das kontinuierliche Signal bzw. die kontinuierliche Intensitätsverteilung I , die durch dazu proportionale Spannungen repräsentiert wird, auf eine diskrete Variable I^\bullet abgebildet. Die üblichen AD-Wandler haben dabei eine Auflösung von 8 Bit, d. h. man hat 256 Stufen in der Abtastung bzw. 256 Graustufen in dem aufgenommenen Bild.

In der mathematischen Beschreibung fügt die Quantisierung dem Signal zusätzliches Rauschen ϑ hinzu

$$I = I^\bullet + \vartheta, \quad (2.11)$$

das aber bei nicht zu kleiner Intensität im Mittel Null und unkorreliert mit der zu quantisierenden Funktion ist und somit nur den statistischen Fehler erhöht, aber keinen systematischen Fehler hinterläßt.

Bei einem sehr guten AD-Wandler kann man davon ausgehen, daß diese 256 Stufen gleich großen Intensitätsintervallen entsprechen. Bei den hohen erforderlichen Abtastraten von mehreren MHz werden solche AD-Wandler aber sehr teuer, und so findet man in den Framegrabbern üblicherweise billigere Varianten, die zwar auch die anliegenden Spannungen auf 256 Werte abbilden, wobei man sich aber nicht mehr darauf verlassen darf, daß diese Stufen äquidistanten Grauwerten entsprechen.

Diese Fehler zu quantifizieren ist bei den neueren Digital-Kameras sehr schwierig, da man nicht mehr anstelle des Videosignals einfach eine definierte Sägezahnspannung auf den AD-Wandler schicken und sich das Ergebnis ansehen kann. Die einzige Möglichkeit ist hier, die Fehler über eine Histogrammanalyse abzuschätzen. Bei einem PIV-Bild, dessen Histogramm immer „glatt“ sein sollte [5], kann man aus regelmäßigen Einbrüchen in der Kurve auf einen schlechten AD-Wandler schließen. Der Umkehrschluß, von einem glatten Histogramm auf einen guten AD-Wandler zu schließen, ist aber nur bedingt möglich, da ein glattes Histogramm nur besagt, daß die statistischen Fehler des AD-Wandlers größer sind als die systematischen.

Einen schlechten AD-Wandler zu benutzen, hat im allgemeinen keine negativen Auswirkungen auf die Ergebnisse, da man davon ausgehen kann, daß sich diese Fehler im großen und ganzen nur auf die niederwertigen Bits des gewandelten digitalen Signals beschränken. Man erhält dann lediglich ein größeres Rauschen auf dem Signal, das aber im Mittel Null ist und somit keine systematischen Fehler hervorruft. Problematisch wird es dann, wenn (wie im Fall der Digital-Kamera vom Typ K) zur Erhöhung der Abtastrate mit zwei AD-Wandlern gleichzeitig gearbeitet wird (einer für die geraden Zeilen und einer für die ungeraden Zeilen), die stark unterschiedliche Charakteristiken haben. (Abb. 2.12).

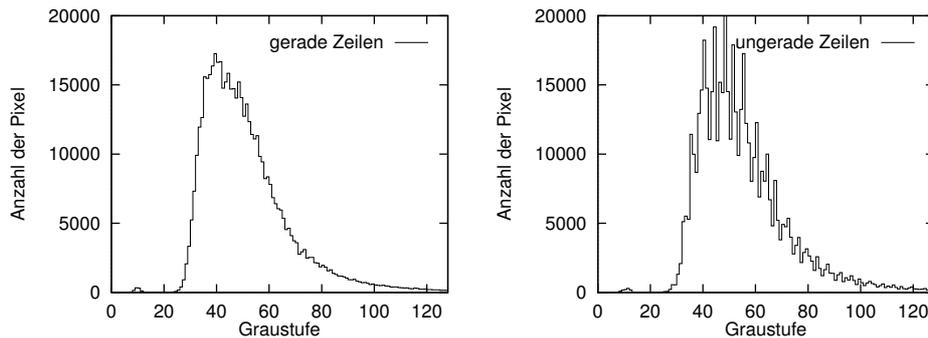


Abbildung 2.12: Histogramme eines PIV-Bildes mit den zwei AD-Wandlern der Digital-Kamera vom Typ K. Man sieht deutlich die regelmäßigen Einbrüche im zweiten Histogramm, die auf einen schlechten AD-Wandler schließen lassen.

Die aufgenommenen Bilder sind dann auffällig gestreift, und insbesondere in der Korrelation führt dies zu signifikanten Fehlern.

2.2 Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes aus den aufgenommenen Bildern

Nachdem ausführlich auf die relevanten Schritte bei der Aufnahme eines einzelnen Bildes eingegangen wurde, soll im folgenden die Auswertung von diesen Bildern im Rechner beschrieben werden.

2.2.1 Aufnahme des zweiten und dritten Bildes

Für das konventionelle Zweikomponenten-PIV ist es ausreichend, nach dem Verstreichen eines kurzen Zeitintervalls Δt nur *ein* weiteres Bild aufzunehmen. In der Verschiebung der Partikelbilder vom ersten zum zweiten Bild ist dann alle Information enthalten, die man zur Bestimmung der X- und Y-Komponente der Strömungsgeschwindigkeit benötigt.

Δt muß dabei so gewählt werden, daß die zeitliche Variation der Strömungsgeschwindigkeit vernachlässigbar ist, also unterhalb der Auflösung von PIV liegt. Für den Fall, daß diese Variation nicht

vernachlässigbar ist, lassen sich die Bilder zwar nach wie vor einwandfrei auswerten, aber man erhält nicht mehr die momentane Strömungsgeschwindigkeit, sondern die über Δt gemittelte Strömungsgeschwindigkeit, also ein zeitlich tiefpaßgefiltertes Geschwindigkeitsfeld (siehe auch Abb. 2.2 auf Seite 14).

Zur zusätzlichen Bestimmung der Z-Komponente aus den Partikelbildhelligkeiten (Zwei-Ebenen PIV) reichen zwei Bilder nicht aus. Selbst wenn man alle Störeffekte ausschalten könnte, bliebe immer noch die Vorzeichenunsicherheit, da die Intensitätsverteilung des Lichtschnittes in Z-Richtung nicht monoton ist. Bei symmetrischer Intensitätsverteilung erhält man aus der Änderung der Partikelbildhelligkeiten bestenfalls den Betrag der Partikelverschiebung, nicht aber das Vorzeichen.

Mit einem dritten Bild, das mit einem in Z-Richtung versetzten Lichtschnitt aufgenommen wird, läßt sich dieses Vorzeichen eindeutig bestimmen. Auch die zusätzlichen Informationen über die x- und y-Verschiebung der Partikelbilder können gewinnbringend genutzt werden.

2.2.2 Reduzierung der Störungen in den digitalisierten Bildern

Die Störungen, die dem Bild durch den Framegrabber, durch die elektrische Übertragung und infolge des Streulichts überlagert sind, müssen vor der weiteren Auswertung wieder eliminiert werden.

Reduzierung von Framegrabber-Fehlern

Sichtbare Störungen durch den Framegrabber treten nur bei der Kamera vom Typ K auf, bei der man durch die verschiedenen AD-Wandler gestreifte Bilder erhält. Diese Streifen bilden in der Fouriertransformierten des Bildes bei der höchsten vertikalen Frequenz ein deutliches Maximum, das man entfernen kann. Das dadurch leicht tiefpaßgefilterte Bild weist die Artefakte nicht mehr auf. Die positive Auswirkung dieser Maßnahme auf die endgültigen Geschwindigkeitsmessungen können hier nicht quantitativ angegeben werden, da im Rahmen dieser Arbeit dazu keine Referenzmessungen vorgenommen wurden. Es ist auch sinnvoller, dieses Problem nicht nachträglich zu beseitigen, sondern von vornherein Kameras mit nur *einem* AD-Wandler zu benutzen.

Reduzierung der Fehler aus der elektrischen Übertragung

Da die Erkenntnisse über die Fehler aus der elektrischen Übertragung erst durch diese Arbeit gewonnen wurden, wird hier noch ein Modell vorgestellt, mit dem solche Fehler nachträglich korrigiert werden können. In zukünftigen Messungen sollte man aber eher von der Benutzung der Digital-Kamera vom Typ P für Zwei-Ebenen-PIV-Aufnahmen absehen bzw. nach einer Lösung des Problems auf der elektronischen Seite suchen.

Da diese Effekte nur in x-Richtung auftreten, die statistischen Eigenschaften eines beliebigen PIV-Bildes (in dem keine anisotropen Gegenstände (z.B. Kanten) zu sehen sind) aber in x- und y-Richtung dieselben sind, kann man die y-Richtung als Referenz heranziehen.

Für den Fall, daß sich die Verfälschung des Signals durch eine lineare Transformation beschreiben läßt (z.B. eine Tiefpaßfilterung) und die Phase keine Rolle spielt, ist die Korrektur recht einfach. In der Fouriertransformation des Bildes müssen dann nur die Amplituden der höheren Frequenzen in x-Richtung wieder etwas angehoben werden. Als Referenz dienen dabei die Amplituden der entsprechenden Frequenzen in y-Richtung. Ein Verfahren, um die optimalen Parameter für eine solche Filterung zu finden, ist z.B. in [16] in Kapitel 13.3 „Optimal (Wiener) Filtering with FFT“ beschrieben.

Dieses Verfahren führte bei den Bildern der Kamera vom Typ P wegen der starken Nichtlinearität des „eingebauten“ Tiefpaßfilters nicht zu zufriedenstellenden Ergebnissen. In der folgenden Auftragung (Abb. 2.13) ist daher die Abhängigkeit jedes Pixels von seinem vorhergehenden als Histogramm beschrieben. Dazu wurden einfach die Grauwerte je zweier aufeinanderfolgender Pixel als zweidimensionale Koordinaten aufgefaßt und als Punkt in diese Darstellung eingezeichnet. Als Grundlage diente hierbei ein PIV-Bild von einer mit Öltröpfchen versetzten Luftströmung.

Das ganze wurde einmal für vertikal aufeinanderfolgende Pixel und einmal für horizontal aufeinanderfolgende Pixel (Abb. 2.13) durchgeführt. Die Asymmetrie im rechten Diagramm ist klar erkennbar.

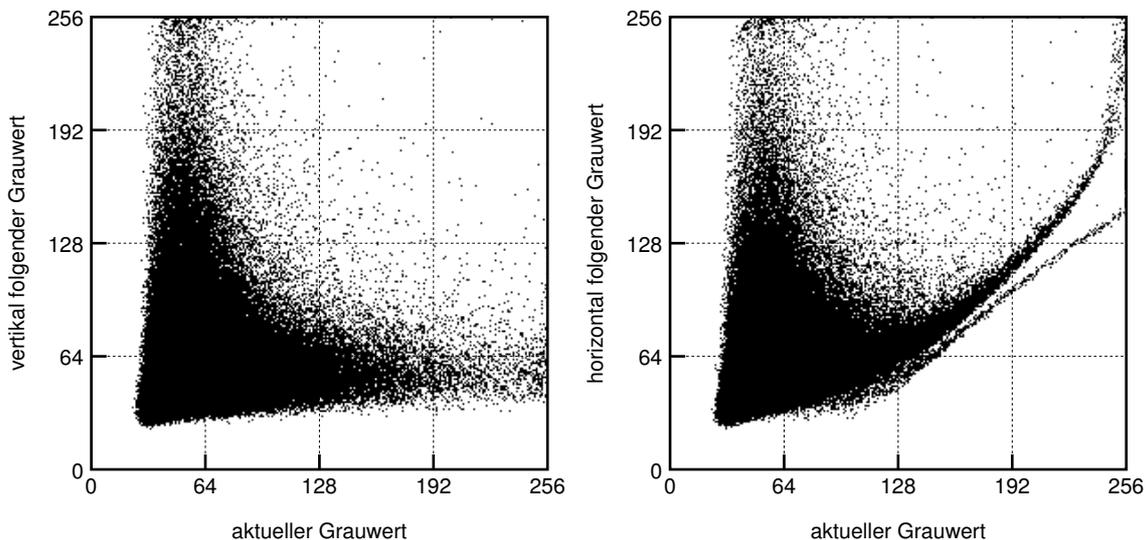


Abbildung 2.13: Histogramme für vertikal und für horizontal aufeinanderfolgende Pixel bei einem mit der Kamera vom Typ P aufgenommenen PIV-Bild

Während es in der vertikalen Richtung am wahrscheinlichsten ist, daß auf ein Pixel mit einem Grauwert 250 eines mit einem Grauwert von 60 folgt (man kann davon ausgehen, daß dies die unverfälschte Charakteristik des PIV-Bildes ist), folgt in der horizontalen Richtung auf ein Pixel mit einem Grauwert von 250 bestenfalls eines mit einem Grauwert von 135, im Mittel aber eines mit einem Grauwert von 200.

Zur Eliminierung dieses Fehlers wird hier angenommen, daß der Fehler durch ein einfaches Tiefpaßfilter (RC-Glied) verursacht wird, das aber seine Charakteristik je nach anliegender Spannung verändert (Abb. 2.14).

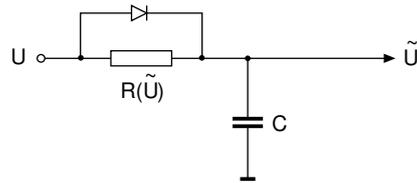


Abbildung 2.14: Modell für das nichtlineare asymmetrische Tiefpaßfilter in der Kamera vom Typ P

Das Originalsignal sei $U_i = U(i \cdot \Delta t)$ und das gefilterte \tilde{U}_i . Δt beschreibt hier den Pixeltakt, nicht zu verwechseln mit der Zeit zwischen zwei Aufnahmen. Man macht sich die Asymmetrie des Filters zunutze und betrachtet nur die Fälle $\tilde{U}_i = U_i$, die immer bei ansteigendem Signal $\tilde{U}_i > \tilde{U}_{i-1}$ zu erwarten sind. Wenn man nur die Pixelpaare $\tilde{U}_i, \tilde{U}_{i+1}$, für die $\tilde{U}_i > \tilde{U}_{i-1}$ gilt, im Histogramm aufträgt, so verschwindet der rechte untere „Ast“ im rechten Histogramm (Abb. 2.13). Wenn das Originalsignal nun einen kleineren Wert annimmt ($U_{i+1} < \tilde{U}_i$), fließt während Δt ein Teil der Ladung aus dem Kondensator über den Widerstand ab, und die Ausgangsspannung beträgt anschließend

$$\tilde{U}_{i+1} = \tilde{U}_i + \Delta U \cdot e^{-\frac{\Delta t}{RC}}. \quad (2.12)$$

Mit $\Delta U = U_{i+1} - \tilde{U}_i$ und nach Auflösen nach U_{i+1} erhält man als Korrekturvorschrift:

$$U_{i+1} = \tilde{U}_i + e^{\frac{\Delta t}{RC}} \cdot (\tilde{U}_{i+1} - \tilde{U}_i) \quad (2.13)$$

Da R noch von \tilde{U} abhängt, wird nun zu jedem \tilde{U} der Faktor $e^{\frac{\Delta t}{RC}}$ aus den Histogrammen bestimmt, indem der Zentralwert der horizontal folgenden Pixel auf den der vertikal folgenden Pixel abgebildet wird.

Trägt man von einem auf diese Weise korrigierten Bild wieder das Histogramm auf, so ist mit bloßem Auge kein Unterschied mehr zwischen dem „vertikalen“ und dem „horizontalen“ Histogramm zu erkennen. In der Auswertung macht sich diese Korrektur durch Verringerung der systematischen Fehler bemerkbar (siehe Kap. 6).

Reduzierung der Fehler durch die Hintergrundhelligkeit

Als letztes bleibt noch die Eliminierung der Hintergrundhelligkeit. Sie unterscheidet sich von dem unbeeinflussten PIV-Bild dadurch, daß sie deutlich tieffrequenter ist und eine größere räumliche Kohärenzlänge aufweist. Außerdem hat sie an allen Stellen des Bildes einen von Null verschiedenen Grauwert, während im unbeeinflussten PIV-Bild die Intensität zwischen den einzelnen Partikelbildern durchaus auf Null abfällt. Man darf also davon ausgehen, daß ein lokales Minimum im aufgenommenen Bild keine Partikelinformation enthält und somit zur Abschätzung für die Hintergrundhelligkeit benutzt werden kann. Als lokales Minimum wird hier das Minimum innerhalb eines definierten Fensters mit z.B. 11×11 Pixeln Größe bezeichnet. Dieses Fenster wird pixelweise über das ganze Bild bewegt, um alle lokalen Minima zu finden. Die Werte zwischen den lokalen Minima erhält man durch lineare Interpolation, so daß man dann für jede Stelle im Bild einen Schätzwert für die Hintergrundhelligkeit hat, den man abziehen kann.

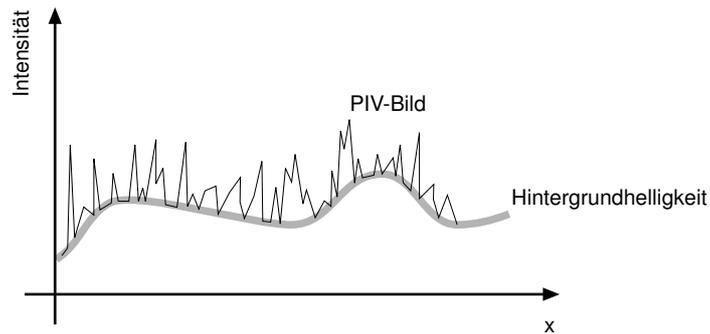


Abbildung 2.15: Durch Interpolation über die lokalen Minima des PIV-Bildes erhält man eine gute Abschätzung für die Hintergrundhelligkeit.

2.2.3 Zerlegung des Bildes in Abfragefenster

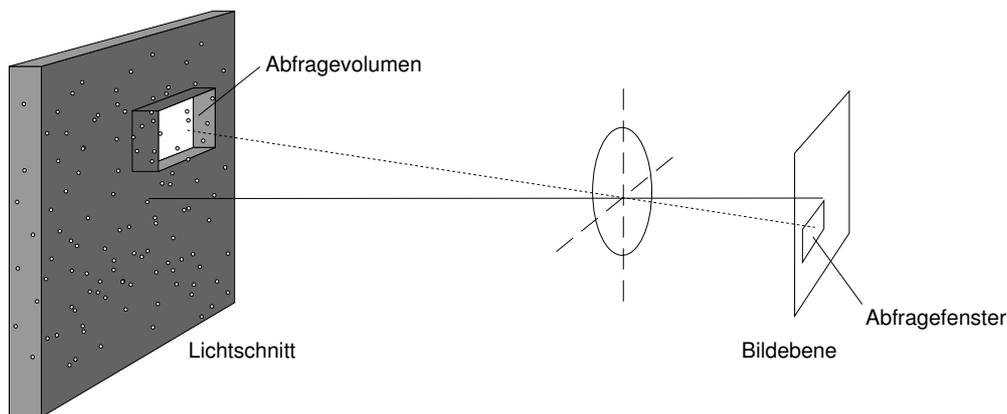


Abbildung 2.16: Die Rückprojektion des Abfragefensters, das über das PIV-Bild gelegt wird, wird als Abfragevolumen bezeichnet.

Für die Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit in einem kleinen Abfragevolumen wird das zugehörige Abfragefenster im ersten aufgenommenen Bild betrachtet (Abb. 2.16). Die N^* Partikelbilder in diesem Abfragefenster bilden ein charakteristisches Muster, das man, wenn sich die Partikel gleichförmig bewegt haben, im zweiten aufgenommenen Bild wiederfinden kann.

Damit ist auch schon klar, nach welchen Gesichtspunkten man die Größe dieses Abfragefensters wählen muß: Zum einen muß es so klein sein, daß die Strömung innerhalb des zugehörigen Abfragevolumens praktisch konstant ist bzw. die räumliche Variation der Partikelverschiebungen in diesem Bereich unterhalb der Auflösung von PIV liegt. Zum anderen muß es eine Mindestanzahl von Partikelbildern enthalten, damit sich daraus ein charakteristisches Muster ergibt, das man im zweiten Bild wiederfinden kann. Um diese Mindestanzahl von Partikelbildern überlappungsfrei in einem Fenster „unterzubringen“, muß das Fenster eine gewisse Mindestgröße haben, womit auch die Mindestgröße festgelegt wäre.

Für die Bestimmung der Z-Komponente werden üblicherweise noch mehr Partikelbilder pro Abfragefenster benötigt, um eine ausreichende Genauigkeit zu erhalten. Mehr dazu im Kapitel über die Fehlerabschätzung.

2.2.4 Bestimmung des Partikelbildversatzes in X- und Y-Richtung

Um das oben erwähnte charakteristische Partikelbildmuster auf dem ersten Teilbild a des Bildes A im zweiten Bild B wiederzufinden, ist der einfachste Weg, es in allen möglichen Verschiebungen auf Bild B zu legen, und zu überprüfen, bei welcher Verschiebung es am besten paßt. Der Übersichtlichkeit halber werden die Gleichungen hier nur für eindimensionale Datensätze aufgeschrieben, was aber keine Beschränkung der Allgemeinheit bedeutet. In Abb. 2.17 ist dies grafisch veranschaulicht.

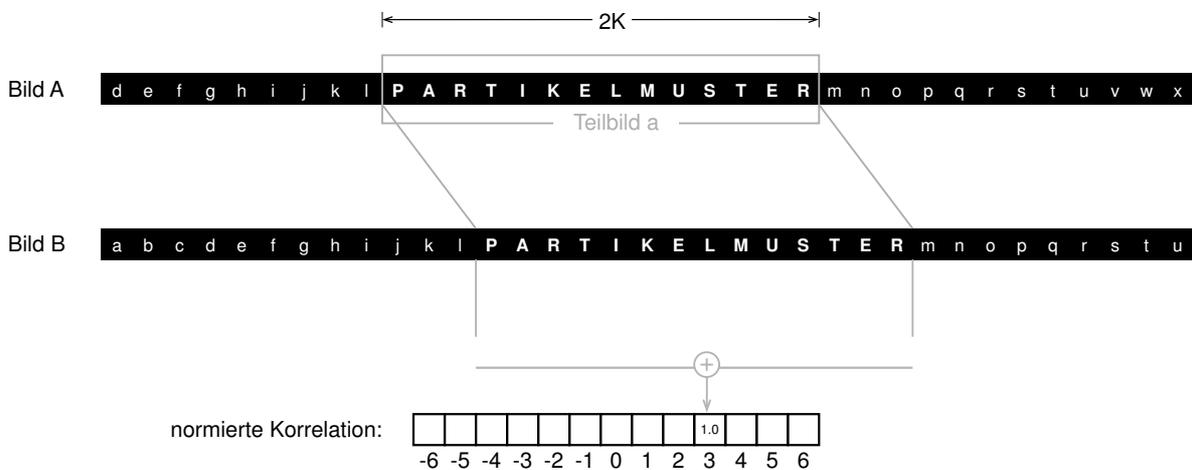


Abbildung 2.17: Direkte Berechnung der normierten Kreuzkorrelationsfunktion: Das aus Bild A ausgeschnittene Teilbild a wird in allen möglichen Verschiebungen auf Bild B „gelegt“ und der jeweilige Korrelationskoeffizient berechnet.

Als Maß, wie gut Teilbild a (Breite $2K$) bei einer bestimmten Verschiebung Δx mit Bild B übereinstimmt, wird die Korrelation

$$R_{aB}(\Delta x) = \sum_{k=-K}^K a_k \cdot B_{k+\Delta x} \quad (2.14)$$

berechnet, wobei a_k die Grauwerte der Pixel im ersten Teilbild und B_k die Grauwerte der Pixel im zweiten Bild bezeichnen.

Um die Korrelation R_{aB} auch quantitativ interpretieren zu können, muß sie geeignet normiert werden. Dafür subtrahiert man vorher die Mittelwerte der Teilbilder und teilt die erhaltene Korrelation durch das Produkt der Standardabweichungen der einzelnen Teilbilder:

$$\tilde{R}_{aB}(\Delta x) = \frac{\sum_{k=-K}^K (a_k - \bar{a}) \cdot (B_{k+\Delta x} - \overline{B_{\Delta x}})}{\sqrt{\sum_{k=-K}^K (a_k - \bar{a})^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=-K}^K (B_{k+\Delta x} - \overline{B_{\Delta x}})^2}} \quad (2.15)$$

Der resultierende Korreltionskoeffizient \tilde{R}_{aB} bewegt sich zwischen -1 und 1, wobei 0 keine Korrelation und 1 (bzw. -1) maximale Korrelation (also bis auf einen Faktor identische Teilbilder $a_i = \lambda B_{i+i_{max}}$) bedeutet.

Üblicherweise wird davon ausgegangen, daß der Mittelwert und die Varianz in Bild B unabhängig von dem gewählten Teilbild sind. Für PIV-Bilder wäre dies allerdings eine zu grobe Verallgemeinerung, da hier (wegen der ausschließlich positiven Intensitäten) schon eine Variation der Anzahl der Partikelbilder in einem bestimmten Ausschnitt zu einer Veränderung des Mittelwertes führt.

Daß hier sowohl der Mittelwert $\overline{B_{\Delta x}}$ als auch die Varianz der jeweiligen Pixel in Bild B für jede Verschiebung getrennt berechnet werden müssen, läßt sich am einfachsten plausibel machen, wenn man den Korrelationskoeffizienten für die optimale Verschiebung betrachtet. Damit er unabhängig vom Bildinhalt in jedem Fall 1 wird, müssen außer den Datenpunkten sowohl die abgezogenen Mittelwerte als auch die Varianzen identisch sein.

Schnelle Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)

Der Rechenaufwand für die „direkte“ Berechnung der KKF liegt bei einer Fenstergröße von $2K \cdot 2K$ Pixeln bei ca. $2(2K)^2$ Multiplikationen pro zu testender Verschiebung (Gl. 2.15) ($(2K)^2$ Multiplikationen für die Berechnung von $a_k \cdot B_k$ im Zähler und $(2K)^2$ Multiplikationen für die Berechnung der Varianz von B im Nenner. Die Varianz von a muß nur einmal am Anfang berechnet werden und fällt daher nicht weiter ins Gewicht). Geht man von einem maximalen Partikelbildversatz von K Pixeln in jede Richtung aus, so müssen $2K \cdot 2K$ Positionen getestet werden, wodurch die Berechnung der Korrelationsfunktion dann also ca. $2(2K)^4$ Multiplikationen benötigt. Der Rechenaufwand geht also mit der vierten Potenz der Fensterbreite in die Höhe.

Dieser Rechenaufwand läßt sich erheblich verringern, wenn man ausnutzt, daß sich die Kreuzkorrelationsfunktion mittels Fouriertransformation berechnen läßt, für deren Berechnung ein sehr schneller Algorithmus (FFT = fast fourier transform) existiert. Man kann zeigen, daß für periodische Signale ($a_{k-2K} = a_k = a_{k+2K} = \dots$ und $b_{k-2K} = b_k = b_{k+2K} = \dots$) gilt:

$$R_{ab}(\Delta x) = \sum_{k=-K}^K a_k \cdot b_{k+\Delta x} = \text{FFT}^{-1}(\text{FFT}^*(a) \cdot \text{FFT}(b)) \quad (2.16)$$

Diese Gleichung gilt übrigens exakt (von evtl. auftretenden Rundungsfehlern abgesehen). Der Rechenaufwand für die Kreuzkorrelation mittels FFT liegt bei $\log(2K) \cdot (2K)^2$ Multiplikationen, also um Größenordnungen unter der direkten Berechnung. Wie man leicht sieht, hat man bei dieser Methode nicht mehr die Möglichkeit, für jede zu testende Verschiebung die passenden Daten aus dem zweiten

Bild zu benutzen. Üblicherweise werden deswegen aus dem ersten und zweiten Bild an derselben Stelle je ein Teilbild gleicher Größe (z.B. 32x32 Pixel) ausgeschnitten, und dann wird durch Berechnung der KKF mittels FFT ermittelt, bei welcher Verschiebung diese beiden Teilbilder am besten übereinstimmen. Der Nachteil dieser Methode liegt klar auf der Hand: dadurch, daß man nicht mehr für die jeweilige Verschiebung die passenden Daten aus Bild B benutzt hat, findet man nur einen Teil des charakteristischen Partikelbildmusters des ersten Teilbildes auf dem zweiten wieder, was den Korrelationskoeffizienten dann unnötigerweise vermindert und seinen Fehler erhöht (Abb. 2.18). Ein weiterer Nachteil ist, daß der FFT-Algorithmus in seiner Standardform nur Fenstergrößen mit 2-er Potenzen zuläßt (also z.B. 16, 32, 64, 128, ...).

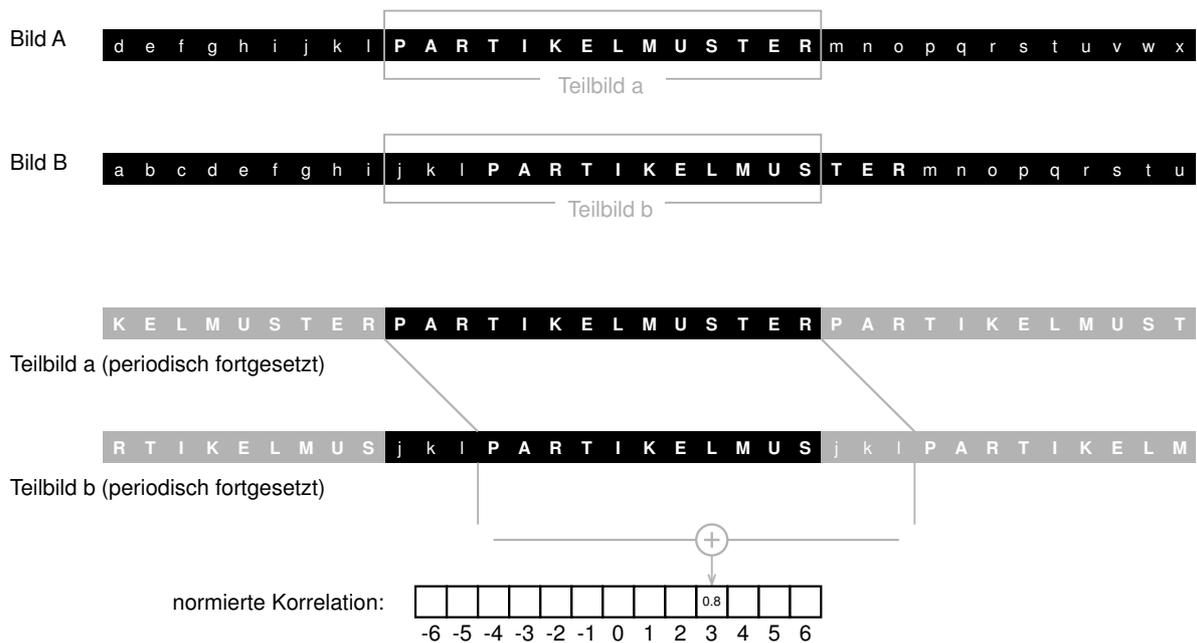


Abbildung 2.18: Berechnung der Korrelation über die schnelle Fouriertransformation, wie sie üblicherweise in PIV-Auswerte-Programmen implementiert ist. Durch die zirkulären Effekte der FFT ist das Ergebnis dasselbe, das die direkte Korrelation von den periodisch fortgesetzten Teilbildern liefern würde. Wie man sofort sieht, wird dadurch der Korrelationskoeffizient proportional zur Verschiebung vermindert und mit unnötigem Rauschen überlagert

Um diese Nachteile auszuräumen, kann man ein kleines mit einem großen Fenster korrelieren (Abb. 2.19). Das kleinere Teilbild (Breite $2K$) wird durch Auffüllen mit Nullen auf die Ausmaße des größeren (Breite $2G$) gebracht und dann wieder mittels FFT ausgewertet. Damit das Ergebnis dann aber mit dem der direkten Korrelation übereinstimmt, muß sich die Berechnung des Mittelwertes und der Varianz des zweiten Teilbildes für die jeweilige Verschiebung über den Bereich b' erstrecken und nicht über das gesamte Teilbild b . Mit

$$\sum (a_k - \bar{a}) \cdot (b_k - \bar{b}) = \sum a_k b_k - \frac{1}{2K} \sum a_k \sum b_k \quad (2.17)$$

erhält man aus Gl. 2.15 (wegen der zirkulären Effekte muß hier wieder $b_{k-2K} = b_k = b_{2+2K}$ gesetzt

werden):

$$R_{ab}(\Delta x) = \frac{\sum_{k=-G}^G a_k b_{k+\Delta x} - \frac{1}{2K} \sum_{k=-K}^K a_k \sum_{k=-K}^K b_{k+\Delta x}}{\sqrt{\sum_{k=-K}^K a_k^2 - \frac{1}{2K} \left(\sum_{k=-K}^K a_k \right)^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=-K}^K b_{k+\Delta x}^2 - \frac{1}{2K} \left(\sum_{k=-K}^K b_{k+\Delta x} \right)^2}}, \quad (2.18)$$

Die eigentliche Korrelation $\sum a_k b_{k+\Delta x}$ kann nun nach wie vor mittels FFT berechnet werden – durch das Auffüllen mit Nullen sind die zirkulären Effekte beseitigt – und auch zum Berechnen der jeweiligen Mittelwerte und Varianzen, z.B. $\sum b_{k+\Delta x}$ gibt es einen schnellen Algorithmus, der statt $2K \cdot N_{\Delta x}$ nur $2K + 2N_{\Delta x}$ Additionen benötigt. ($N_{\Delta x}$ bezeichnet hierbei die Anzahl der zu testenden Verschiebungen). Dieser Algorithmus basiert auf der einfachen Tatsache, daß sich die Summen zweier benachbarter Punkte Δx und $\Delta x + 1$ nur in einem Summanden unterscheiden, so daß man die Werte rekursiv als

$$\sum_{k=-K}^K b_{k+\Delta x+1} = \left(\sum_{k=-K}^K b_{k+\Delta x} \right) - b_{-K+\Delta x} + b_{K+\Delta x+1} \quad (2.19)$$

berechnen kann.

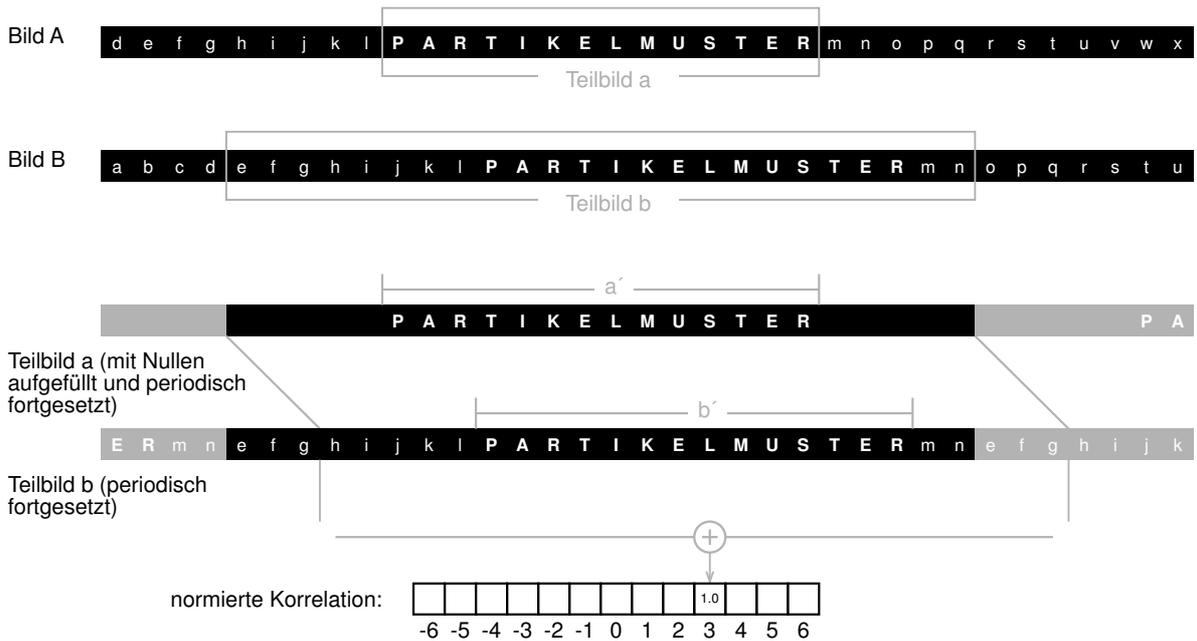


Abbildung 2.19: Berechnung der Korrelation über die Fouriertransformation mit unterschiedlich großen Fenstern. Die zirkulären Effekte sind durch die Nullen links und rechts des Teilbildes a eliminiert. Durch die korrekte nachträgliche Normierung mit a' und $b'(\Delta x)$ wird hier wieder dasselbe Ergebnis erzielt wie bei der direkten Korrelation.

Ein weiterer Vorteil der Korrelation von unterschiedlich großen Fenstern ist, daß man nun in der Wahl

der kleinen Fenstergröße völlig frei ist. Nur die Ausmaße des größeren Fensters müssen nach wie vor 2-er Potenzen sein.

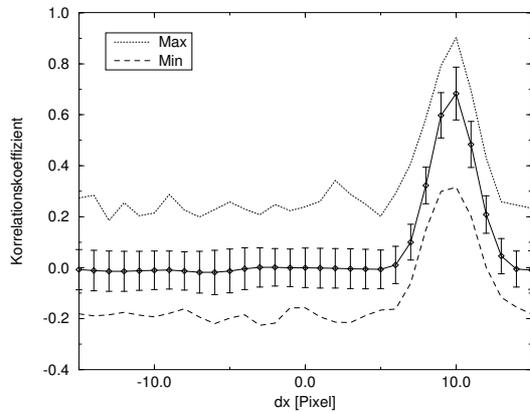


Abbildung 2.20: Korrelation von zwei kleinen Fenstern. Aufgetragen ist der Mittelwert mit Standardabweichung sowie das Minimum und Maximum von 256 Realisationen

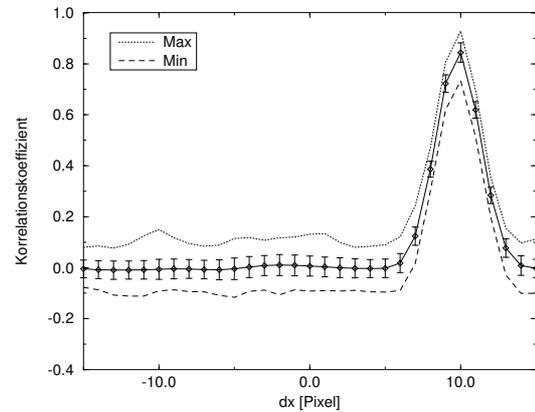


Abbildung 2.21: Korrelation von zwei großen Fenstern (viermal so viele Teilchen)

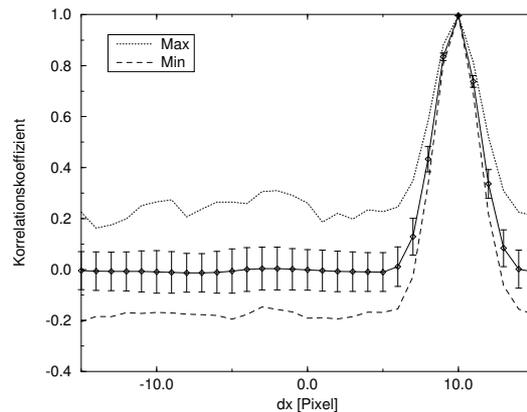


Abbildung 2.22: Korrelation von einem kleinen mit einem großen Fenster nach Gl. 2.18

In den PIV-Simulationen (Abb. 2.20 und 2.21) kann man die Auswirkungen der „Standardimplementierung“ mit zwei gleich großen Fenstern aber unterschiedlicher Teilchenzahl auf die Höhe des Korrelationsmaximums sehen. Es wurde hier ein Partikelbildversatz von 9,87 Pixeln in x-Richtung vorgegeben. Aufgetragen sind der Mittelwert, die Standardabweichung, Minimum und Maximum über 256 Korrelationen von simulierten PIV-Bildern. Wie man sieht, ist das Korrelationsmaximum in Abb. 2.20 um etwa $10/32$ vermindert und das Maximum in 2.21 um etwa $10/64$, was auf die Partikelbilder zurückzuführen ist, die das Teilbild in x-Richtung verlassen haben.

In Abb. 2.22 ist das Ergebnis des hier beschriebenen Korrelationsverfahrens von einem kleinen 32×32

mit einem großen 64x64 Fenster abgebildet. Wie man sieht, ist hier das Korrelationsmaximum dicht bei 1 (wegen der Verschiebung um einen nicht-ganzzahligen Betrag ist es etwas vermindert) und die Fehler im Maximum sind wesentlich kleiner als die entsprechenden Fehler in Abb. 2.20.

Anmerkung: Daß die Fehler in Abb. 2.21 nur halb so groß sind wie in den anderen beiden Grafiken, liegt daran, daß hier über viermal so viele Partikelbilder gemittelt wurde.

2.2.5 Genauere Betrachtung der Korrelationsfunktion

Bisher wurde nur die Position des Korrelationsmaximums untersucht. In der Korrelationsfunktion sind aber noch weitaus mehr Informationen enthalten, die hier im einzelnen untersucht werden sollen.

Um auf die umfangreichen Werkzeuge der Theorie der linearen Systeme zugreifen zu können, muß hier als erstes untersucht werden, welchen Fehler man macht, wenn man statt der Korrelation der kontinuierlichen Bilder (die im folgenden betrachtet werden soll) die Korrelation der diskretisierten Bilder berechnet. Der Fehler ist (der Übersichtlichkeit halber werden die Formeln wieder nur für den eindimensionalen Fall aufgeschrieben):

$$\varepsilon = \gamma \cot \sum_{k=-K}^K a(k\gamma) \cdot b(k\gamma + \Delta x) - \int_{(-K-0,5)\gamma}^{(K+0,5)\gamma} a(x) \cdot b(x + \Delta x) dx \quad (2.20)$$

Daß dieser Fehler für die Ensemble-Mittelwerte (also für die über viele Realisationen gemittelte Korrelationsfunktion) verschwindet, sieht man, wenn man für a und b die weiter oben berechneten Intensitätsverteilungen in der Bildebene einsetzt. Man macht also keinen systematischen Fehler durch diese Berechnung der Korrelationsfunktion, nur die statistischen Fehler werden größer.

Das PIV-Bild wird zum Zeitpunkt t_0 als Faltung des unverzerrten Intensitätssignals I_σ mit der Punktbildfunktion der Kamera-Optik τ und der Gewichtsfunktion eines CCD-Pixels τ_{ccd} beschrieben:

$$I = \tau * \tau_{ccd} * I_\sigma \quad (2.21)$$

Zum Zeitpunkt $t_0 + \Delta t$ hat sich das Intensitätssignal dadurch verändert, daß sich die Partikel weiterbewegt haben. Die X- und Y- Komponente der Partikelverschiebung bewirken dabei eine einfache Verschiebung der Partikelbilder, die Z-Komponente eine Helligkeitsänderung jedes Partikelbildes abhängig von der Z-Position des Partikels im Lichtschnitt. Dieses veränderte Intensitätssignal wird hier mit I' bezeichnet.

$$I' = \tau * \tau_{ccd} * I'_\sigma \quad (2.22)$$

Die Kreuzkorrelation dieser beiden Signale ist dann

$$R_{II'} = (\tau * \tau_{ccd} * I_\sigma) \otimes (\tau * \tau_{ccd} * I'_\sigma) \quad (2.23)$$

Der Operator \otimes soll dabei die Korrelation beschreiben. In Abb. 2.23 ist dies grafisch veranschaulicht. Transformiert man die Gleichung in den Frequenzraum, so werden die Faltungen zu einfachen Multi-

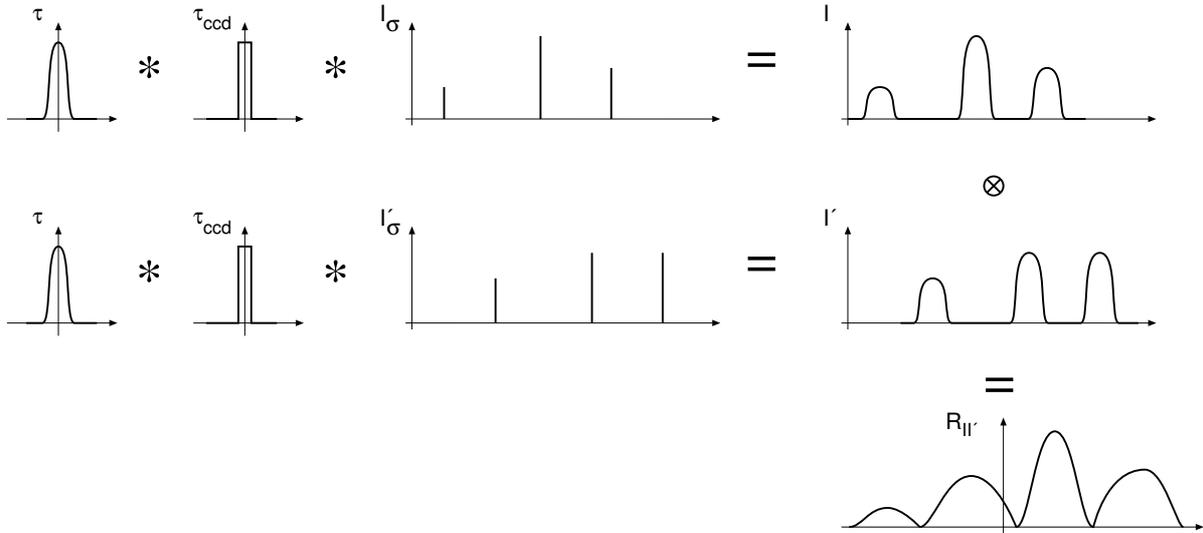


Abbildung 2.23: Modell für die Kreuzkorrelation zweier PIV-Bilder. Die unverzerrten Intensitätssignale I_σ und I'_σ werden jeweils mit der Punktbildfunktion der Kamera-Optik τ und der Gewichtsfunktion eines CCD-Pixels τ_{ccd} gefaltet und dann miteinander korreliert.

plikationen und die Korrelation zu einer Multiplikation, wobei der erste Operand komplex konjugiert wird. Mit

$$\mathcal{T} = \mathcal{F}\{\tau\} \quad (2.24)$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{F}\{\tau_{ccd}\} \quad (2.25)$$

$$\mathcal{I}_\sigma = \mathcal{F}\{I_\sigma\} \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

erhält man

$$\mathcal{F}\{R_{II'}\} = (\mathcal{T} \mathcal{C} \mathcal{I}_\sigma)^* \cdot \mathcal{T} \mathcal{C} \mathcal{I}'_\sigma \quad (2.28)$$

Durch einfache Umstellung dieser Gleichung kann man ohne Rechnen sofort das Ergebnis dieser Korrelation beschreiben:

$$\mathcal{F}\{R_{II'}\} = \mathcal{T}^* \mathcal{T} \cdot \mathcal{C}^* \mathcal{C} \cdot \mathcal{I}_\sigma^* \mathcal{I}'_\sigma \quad (2.29)$$

Das heißt, das Ergebnis der Korrelation ist die Kreuzkorrelation der unverzerrten Intensitätssignale I_σ und I'_σ gefaltet mit der Autokorrelation von τ und der Autokorrelation von τ_{ccd} (Abb. 2.24).

Zur Beschreibung der Kreuzkorrelationsfunktion ist also nur die Kreuzkorrelation von I_σ und I'_σ von Bedeutung. Mit Gl. 2.4 erhält man dafür

$$R_{I_\sigma I'_\sigma}(\Delta \vec{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell(\vec{X}_i) \cdot \sigma_i \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \cdot \sum_{j=1}^N I_\ell(\vec{X}'_j) \cdot \sigma_j \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}'_j + \Delta \vec{x}) \right) d\vec{x}, \quad (2.30)$$

wobei hier $i = 1, \dots, N^*$ nur die Teilchen bezeichnet, die sich auf dem ersten Bild im Abfragefenster befinden, während $j = 1, \dots, N^*, \dots, N$ nach wie vor alle Teilchen im Windkanal / Wasserkanal o.ä.

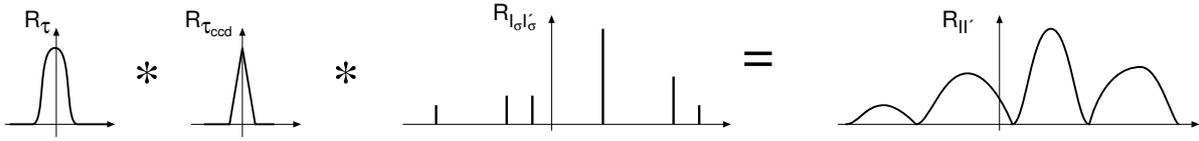


Abbildung 2.24: Dasselbe Ergebnis wie in Abb. 2.23 erhält man, wenn zuerst die Autokorrelation der unverzerrten Intensitätssignale $R_{I_\sigma I'_\sigma}$ berechnet und diese dann mit der Autokorrelation Punktbildfunktion der Kamera-Optik R_τ und der Autokorrelation der Gewichtsfunktion eines CCD-Pixels $R_{\tau_{ccd}}$ faltet

bezeichnet. Die Beschreibung der PIV-Bilder gemäß Gl. 2.21 bzw. 2.22 ist hier nicht ganz exakt auf die Korrelation innerhalb des Abfragefensters übertragen worden. Sie läßt nämlich keine teilweise abgeschnittenen Partikelbilder an den Rändern des Abfragefensters zu, die in der Realität aber durchaus vorkommen $\tau * \tau_{ccd} * (I'_\sigma \cdot F) \neq (\tau * \tau_{ccd} * I'_\sigma) \cdot F$, wobei F die Fensterfunktion bezeichnet. Da diese abgeschnittenen Partikelbilder aber sowohl am linken als auch am rechten Bildrand vorkommen, ergänzen sie sich im Mittel sozusagen wieder zu ganzen Partikelbildern. Mit anderen Worten: Die teilweise abgeschnittenen Partikelbilder erhöhen zwar das Rauschen der Korrelationsfunktion, aber sie bewirken keine systematischen Fehler.

Um den eigentlichen Korrelationspeak von den vielen kleinen Störpeaks zu trennen, wird das Produkt in Gl. 2.30 in $i = j$ Terme (das sind die Terme, bei denen das Partikelbild auf dem ersten PIV-Bild mit dem Partikelbild desselben Partikels auf dem zweiten PIV-Bild multipliziert wird) und in $i \neq j$ Terme (das sind die Terme, bei denen die Partikelbilder zweier unterschiedlicher Partikel miteinander multipliziert werden) zerlegt.

$$\begin{aligned}
 R_{I_\sigma I'_\sigma}(\Delta \vec{x}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i=j} I_\ell(\vec{X}_i) I_\ell(\vec{X}'_i) \cdot \sigma_i^2 \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{x} - \vec{x}'_i + \Delta \vec{x}) \right) d\vec{x} \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i \neq j} I_\ell(\vec{X}_i) I_\ell(\vec{X}'_j) \cdot \sigma_i \sigma_j \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{x} - \vec{x}'_j + \Delta \vec{x}) \right) d\vec{x} \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

Für den Fall, daß alle Partikel zwischen den beiden Aufnahmen denselben Versatz \vec{D} erfahren haben, also $\vec{X}'_i = \vec{X}_i + \vec{D}$ und dementsprechend $\vec{x}'_i = \vec{x}_i + \vec{d}$ gilt, wird aus dem Produkt der beiden Delta-Funktionen im $i = j$ Term

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i - \vec{d} + \Delta \vec{x}) d\vec{x} &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\vec{\xi}) \delta(\vec{\xi} - \vec{d} + \Delta \vec{x}) d\vec{\xi} \\
 &= \delta(\Delta \vec{x} - \vec{d}) \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

Damit wird aus Gl. 2.31:

$$\begin{aligned}
 R_{I_\sigma I'_\sigma}(\Delta \vec{x}) &= \delta(\Delta \vec{x} - \vec{d}) \cdot \sum_{i=j} I_\ell(\vec{X}_i) I_\ell(\vec{X}_i + \vec{D}) \cdot \sigma_i^2 \\
 &+ \sum_{i \neq j} I_\ell(\vec{X}_i) I_\ell(\vec{X}_j + \vec{D}) \cdot \sigma_i \sigma_j \cdot \delta(\Delta \vec{x} - \vec{x}_j + \vec{x}_i - \vec{d}) \quad (2.33)
 \end{aligned}$$

Die Korrelationsfunktion besteht also aus dem sogenannten Korrelationspeak an der Position \vec{d} mit der Höhe $\sum I_\ell(\vec{X}_i)I_\ell(\vec{X}_i + \vec{D}) \cdot \sigma_i^2$ (Dieser wird im folgenden in Anlehnung an [17] mit R_D bezeichnet) und lauter kleinen Störpeaks an den Positionen $\vec{d} + \vec{x}_j - \vec{x}_i$ mit der jeweiligen Höhe $I_\ell(\vec{X}_i)I_\ell(\vec{X}_j + \vec{D}) \cdot \sigma_i \sigma_j$, die alle zusammen mit R_F bezeichnet werden.

Dies ist allerdings noch die unnormierte Korrelation. Für die Normierung wird der Mittelwert der beiden Datensätze abgezogen und die verbliebene Korrelation durch das Produkt der verbliebenen Standardabweichungen geteilt. Der Zähler der normierten Kreuzkorrelationsfunktion läßt sich dann schreiben als

$$R = R_D - \overline{R_D} + R_F - \overline{R_F} \quad (2.34)$$

$$\text{wobei } \overline{R_D} = \frac{1}{(2\gamma K)^2} \iint_{-\gamma K}^{+\gamma K} d\vec{x} R_D(\vec{x}) \quad (2.35)$$

$$\text{und } \overline{R_F} = \frac{1}{(2\gamma K)^2} \iint_{-\gamma K}^{+\gamma K} d\vec{x} R_F(\vec{x}). \quad (2.36)$$

Wenn man nun von einem ca. 3x3 Pixel großen Peak in einem 32x32 Pixel großen Korrelationsfeld ausgeht, ist der Beitrag von $\overline{R_D}$ zum Peak nur noch ca. 1%, und man kann ihn angesichts der anderen zu erwartenden Fehler vernachlässigen. Im Zähler der normierten Kreuzkorrelationsfunktion steht dann nur noch der Signalpeak R_D und das Störpeak-Rauschen $R_F - \overline{R_F}$, das gleichmäßig über die ganze Korrelationsebene verteilt ist und den Mittelwert Null hat. Da die Varianz eines Signals durch dessen Autokorrelation an der Stelle 0 gegeben ist, kann man mit derselben Argumentation auch hier den Mittelwert der jeweiligen Autokorrelationspeaks vernachlässigen. Im Ensemble-Mittel verschwindet dann das Störpeak-Rauschen, und man erhält als Erwartungswert für die normierte Korrelationsfunktion von N^* Partikeln mit den Streuquerschnitten $\sigma_1, \dots, \sigma_{N^*}$:

$$\tilde{R}_{I_\sigma I'_\sigma}(\Delta\vec{x}) = \frac{\delta(\Delta\vec{x} - \vec{d}) \cdot \sum_{i=1}^{N^*} I_\ell(\vec{X}_i)I_\ell(\vec{X}_i + \vec{D}) \cdot \sigma_i^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell^2(\vec{X}_i) \cdot \sigma_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell^2(\vec{X}_i + \vec{D}) \cdot \sigma_i^2}} \quad (2.37)$$

Das heißt, obwohl bei der Berechnung der Korrelation von zwei PIV-Bildern die Mittelwerte abgezogen werden müssen, müssen zur Berechnung des Ensemble-Mittels der Korrelationfunktion aus den einzelnen Partikelhelligkeiten die Mittelwerte nicht berücksichtigt werden. Der Fehler, der dabei gemacht wird, liegt typischerweise in der Größenordnung von 1% der Peakhöhe.

2.2.6 Auswirkung von großen Gradienten oder starker Rotation auf den Korrelationspeak

Das Ergebnis (Gl. 2.37) gilt nur für den Fall, daß die Verschiebungen der Partikelbilder innerhalb des Abfragefensters einander gleich sind. Durch große Gradienten in der Strömungsgeschwindigkeit oder

starke Rotation der Strömung können die Partikelbildverschiebungen innerhalb eines Abfragefensters variieren. In diesem Fall gilt $\vec{X}'_i = \vec{X}_i + \vec{D}$ nicht mehr und es muß zu $\vec{X}'_i = \vec{X}_i + \vec{D} + \vec{E}_i$ erweitert werden, wobei \vec{D} nun die mittlere Verschiebung und \vec{E}_i die jeweilige Abweichung der Teilchenverschiebung von dieser mittleren Verschiebung bezeichnet. Für den Korrelationspeak, der durch die $i = j$ -Terme in (Gl. 2.31) beschrieben wird, heißt das, daß die einzelnen Peaks, die durch jedes Partikelbildpaar erzeugt werden, nicht mehr alle an derselben Position aufaddiert werden, sondern jeder mit der Verschiebung \vec{E}_i zur eigentlichen Position des Peaks addiert wird. Die Folge davon ist, daß der Peak „auseinanderfließt“, also breiter und flacher wird. Die Form ist dabei nicht vorhersagbar (so kann sie z.B. in der Nähe von Wirbelkernen nahezu dreieckig werden). Die Wahrscheinlichkeit, daß diese \vec{E}_i gaußverteilt sind, ist recht gering da es sich hier um systematische Fehler handelt, so daß in diesem Fall die Anpassung einer Gaußkurve an den „verschmierten“ Peak nicht sinnvoll ist. Möglicherweise liefert hier ein gewichtetes Mittel der Werte in der Nähe des Korrelationsmaximums eine bessere Abschätzung (Diese Methode wurde früher bei der optischen Auswertung von PIV-Bildern eingesetzt).

In der Praxis läßt sich diese Variation nur durch Verkleinerung der Abfragevolumina verringern. Dies kann in gewissen Grenzen durch Verkleinerung der Abfragefenster bei der Auswertung geschehen. Wenn dann allerdings nicht mehr genug Partikel pro Abfragevolumen vorhanden sind, so muß die Messung mit einer erhöhten Anzahldichte von Partikeln und evtl. einem größeren Abbildungsmaßstab wiederholt werden.

2.2.7 Erwartungswert für die Höhe des Korrelationsmaximums

Bei dem Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren wird die Information genutzt, die in der Höhe des Korrelationsmaximums h enthalten ist. Die Versuchsparameter werden so gewählt, daß I_ℓ innerhalb eines Abfragevolumens in X- und Y-Richtung konstant ist (siehe Kapitel 2.1.2). Es reicht also, von den Teilchen jeweils nur die Z-Komponente Z_i zu kennen:

$$h = \frac{\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell(Z_i) I_\ell(Z_i + D_Z) \cdot \sigma_i^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell^2(Z_i) \cdot \sigma_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N^*} I_\ell^2(Z_i + D_Z) \cdot \sigma_i^2}} \quad (2.38)$$

Um den Grenzwert dieser Funktion für unendlich viele Partikel zu bestimmen, werden die Streukoeffizienten σ_i der einzelnen Partikel als Streukoeffizientendichte ausgedrückt, die im ganzen Meßvolumen definiert ist (man kann sich das als eine Art Nebel vorstellen, der an jeder Stelle im Raum einen definierten Streukoeffizient hat). Auch hier ist wieder nur die Z-Komponente (mit derselben Begründung wie oben) von Bedeutung:

$$\sigma(Z) = \sum_{i=1}^{N^*} \sigma_i \delta(Z - Z_i) \quad (2.39)$$

Die Summen in Gl. 2.38 können dann durch Integrale ausgedrückt werden, und man erhält:

$$h = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell(\zeta) I_\ell(\zeta + D_Z) \sum_{i=1}^{N^*} \sigma_i^2 \delta(\zeta - Z_i)}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell^2(\zeta) \sum_{i=1}^{N^*} \sigma_i^2 \delta(\zeta - Z_i)} \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell^2(\zeta + D_Z) \sum_{i=1}^{N^*} \sigma_i^2 \delta(\zeta - Z_i)}} \quad (2.40)$$

Dies ist noch exakt dasselbe wie Gl. 2.38. Für unendlich viele Partikel (wobei die Aufenthaltswahrscheinlichkeit jedes Partikels unabhängig von der Position der anderen $N^* - 1$ Partikel überall gleich groß ist) wird die Streukoeffizientendichte im Ensemble-Mittel überall gleich groß sein $\sigma(Z) = \sigma_c$. Damit wird Gl. 2.40 zu

$$h = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell(\zeta) I_\ell(\zeta + D_Z) \sigma_c^2}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell^2(\zeta) \sigma_c^2} \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta I_\ell^2(\zeta + D_Z) \sigma_c^2}} \quad (2.41)$$

Dieses σ_c^2 kann nun vor die jeweiligen Integrale gezogen und herausgekürzt werden, und man erhält mit

$$h = h(D_Z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I_\ell(\zeta) I_\ell(\zeta + D_Z) d\zeta}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} I_\ell^2(\zeta) d\zeta} \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} I_\ell^2(\zeta + D_Z) d\zeta}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I_\ell(\zeta) I_\ell(\zeta + D_Z) d\zeta}{\int_{-\infty}^{+\infty} I_\ell^2(\zeta) d\zeta} \quad (2.42)$$

die normierte Autokorrelation des Lichtschnittprofils I_ℓ , so daß

$$h(D_Z) = R_{I_\ell I_\ell}(D_Z) \quad (2.43)$$

ist. Sind die beiden Lichtschnittprofile bei den beiden Aufnahmen unterschiedlich $I_\ell \neq I'_\ell$, so erhält man analog zur obigen Rechnung die zu erwartende Peakhöhe aus der normierten Kreuzkorrelation dieser beiden Lichtschnittprofile:

$$h(D_Z) = R_{I_\ell I'_\ell}(D_Z) \quad (2.44)$$

Die über alle Realisationen gemittelte Höhe des Korrelationspeaks hängt also nur von dem Versatz D_Z der Partikel ab und entspricht der normierten Kreuzkorrelation der beiden Lichtschnittprofile an der Stelle D_Z .

Leider gilt dieses Ergebnis nur für unverrauschte PIV-Bilder. Wie in den vorherigen Kapiteln erwähnt wurde, ist das PIV-Bild noch mit einem statistischen Rauschen überlagert, das vor allem durch die

Hintergrundhelligkeit, aber auch durch thermisches Rauschen des CCD-Sensors, Quantisierungsrauschen des AD-Wandlers etc. entsteht. Um den Einfluß dieses Rauschens auf die Peakhöhe zu ermitteln, betrachtet man den normierten Korrelationskoeffizienten von zwei beliebigen Signalen $a(x)$ und $b(x)$. Damit die Formeln nicht unübersichtlich werden, wird im folgenden $\int ab$ als Abkürzung für das Integral über das Produkt dieser beiden Funktionen, also

$$\int ab := \int_{-\infty}^{+\infty} a(x)b(x) dx \quad (2.45)$$

geschrieben. Der Korrelationskoeffizient ist dann

$$R = \frac{\int ab}{\sqrt{\int a^2} \cdot \sqrt{\int b^2}}. \quad (2.46)$$

überlagert man diesen Signalen Rauschen $n_a(x)$ und $n_b(x)$, so erhält man

$$R_n = \frac{\int (a + n_a)(b + n_b)}{\sqrt{\int (a + n_a)^2} \cdot \sqrt{\int (b + n_b)^2}}. \quad (2.47)$$

Die Integrale werden in die einzelnen Terme zerlegt:

$$R_n = \frac{\int ab + \int an_b + \int n_a b + \int n_a n_b}{\sqrt{\int a^2 + \int 2an_a + \int n_a^2} \cdot \sqrt{\int b^2 + \int 2bn_b + \int n_b^2}} \quad (2.48)$$

Wenn diese Rauschsignale n_a und n_b weder untereinander noch mit den Signalen korreliert sind, erhält man

$$R_n = \frac{\int ab}{\sqrt{\int a^2 + \int n_a^2} \cdot \sqrt{\int b^2 + \int n_b^2}} \quad (2.49)$$

Die normierte Korrelation von verrauschten Signalen ist also in jedem Fall kleiner als die der unverrauschten und zwar um den Faktor

$$\nu = \frac{R_n}{R} = \frac{\sqrt{\int a^2 \int b^2}}{\sqrt{(\int a^2 + \int n_a^2)(\int b^2 + \int n_b^2)}} \quad (2.50)$$

Dieses Ergebnis kann man direkt auf Gl. 2.44 anwenden. Für die zu erwartende Peakhöhe von verrauschten PIV-Bildern gilt also:

$$h(D_Z) = \nu \cdot R_{I_t I_t'}(D_Z) \quad (2.51)$$

Das heißt, man kann die Peakhöhe nur bis auf einen unbekanntem Faktor ν genau bestimmen, der vom Signal-Rausch-Verhältnis der Bilder abhängt.

Dies ist eine sehr wichtige Erkenntnis für die Bestimmung der Z-Komponente der Partikelverschiebung D_Z aus der gemessenen Peakhöhe. Man kann bei den drei Bildern (a, b und c), die für eine Zwei-Ebenen PIV Auswertung aufgenommen werden (siehe Abschnitt 2.2.9), davon ausgehen, daß sowohl die Varianzen der Bilder als auch die Varianzen des überlagerten Rauschens etwa gleich groß sind, so daß die drei Korrelationsmaxima h_{ab} , h_{bc} und h_{ac} alle um denselben Faktor ν vermindert sind.

2.2.8 Ermittlung der genauen Position und Höhe des Korrelationsmaximums

Die Korrelation $R_{I_\sigma I'_\sigma}$ aus Gl. 2.31 gefaltet mit der Autokorrelation von τ und der Autokorrelation von τ_{ccd} (siehe Abb. 2.24) liegt nun diskret abgetastet im Rechner vor. Wie schon weiter oben erwähnt, läßt sich die Punktbildfunktion des Objektivs τ (verursacht durch Beugungsbegrenzung und Linsenfehler) am besten durch eine Gaußverteilung annähern, womit dann ihre Autokorrelation R_τ auch wieder eine Gaußverteilung ist. Die Gewichtsfunktion eines CCD-Pixels τ_{ccd} ist (ohne Mikrolinse) rechteckig und somit ihre Autokorrelation $R_{\tau_{ccd}}$ eine Art Pyramide. Die „Form“ des Signal-Peaks und aller Störpeaks ist somit eine mit einer „Pyramide“ gefaltete Gaußverteilung.

Um nun die Position und die Höhe des Korrelationspeaks möglichst exakt zu bestimmen, müßte eben-diese zweidimensionale Funktion an die experimentellen Daten angepaßt werden. Das gängige Verfah-ren dafür ist aber, durch den höchsten Wert und seine zwei Nachbarn eine eindimensionale Gaußkurve zu legen [5] (Abb. 2.25) – der Einfluß der CCD-Pixel-Gewichtsfunktion wird vernachlässigt – und daraus Position, Breite und Höhe zu bestimmen, wobei bei der normalen PIV-Auswertung nur die Po-sition genutzt wird. Dieses wird einmal horizontal und einmal vertikal gemacht um die genaue Δx - und Δy -Position des Peaks zu erhalten. Der Vorteil dieses Verfahrens ist die hohe Ausführungsgeschwin-digkeit und die sehr einfache Implementierung: Die Höhen der drei Werte seien f_{-1}, f_0, f_1 , wobei f_1 der mittlere Wert ist, dann liegt das Maximum der Gaußkurve bei

$$\Delta x_f = \frac{\ln(f_{-1}) - \ln(f_1)}{2(\ln(f_{-1}) + \ln(f_1) - \ln(f_0))} \quad (2.52)$$

Allerdings liefert diese Anpassung nur für einen sehr schmalen Bereich von Partikelbilddurchmessern akzeptable Ergebnisse. Ein großes Problem ist hierbei auch, daß bei sehr kleinen Partikelbildern – und dementsprechend schmalen Peaks – einer der Nachbarwerte durch das überlagerte Rauschen auch einen negativen Wert oder Null annehmen kann. Da diese Werte nicht im Wertebereich einer Gaußkurve liegen, schlägt das Verfahren fehl (in Gleichung 2.52 sieht man sofort, daß dann der Logarithmus einer negativen Zahl bestimmt werden müßte).

Um trotzdem noch ein Ergebnis zu bekommen, sind die verschiedensten „Lösungen“ in den verschiede-nen PIV-Auswerte-Programmen zu finden: Z. B. wird einfach $\ln([-\infty : 0]) = -1000$ gesetzt, oder es wird generell von allen Werten das Minimum der Korrelationsfunktion abgezogen und „zur Sicherheit“ noch 0,001 hinzuaddiert... Daß so etwas zu systematischen Fehlern führt, braucht hier nicht diskutiert zu werden.

Mit einer iterativen Anpassung (nach Levenberg und Marquardt) der zweidimensionalen Gaußvertei-lung an die Umgebung des Korrelationsmaximums konnten hier wesentlich bessere Resultate erzielt werden. Insbesondere in den Randbereichen des PIV-Bildes, wo die Partikelbilder aufgrund der Lin-senfehler des Objektivs stark elliptisch werden können, führt die Separation der Gaußkurve in einen Δx - und einen Δy -Anteil zu großen systematischen Fehlern. Ein weiterer Punkt, der dabei auch gleich berücksichtigt werden kann, ist, daß die Fehler des normierten Korrelationskoeffizienten nicht normal-verteilt sind. Je dichter der Wert bei 1 oder -1 liegt, desto kleiner ist seine Varianz. Um dies zu kompen-sieren, wird üblicherweise die sogenannte Fisher-Transformation (z.B.: [16, S. 637].) verwendet, die den Korrelationskoeffizienten auf das Intervall $[-\infty : \infty]$ abbildet,

$$R_{fisher}(\Delta \vec{x}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + R(\Delta \vec{x})}{1 - R(\Delta \vec{x})} \right), \quad (2.53)$$

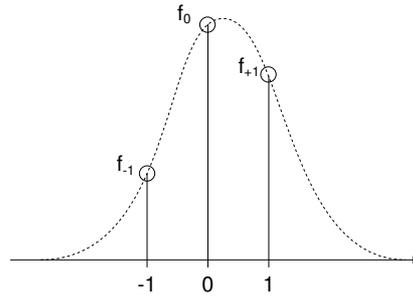


Abbildung 2.25: Einfache 3-Punkt-Anpassung zur genauen Ortsbestimmung des Korrelationspeaks: Durch den höchsten Wert und seine beiden Nachbarn wird eine Gaußkurve gelegt. Dies wird einmal in Δx - und einmal in Δy -Richtung gemacht.

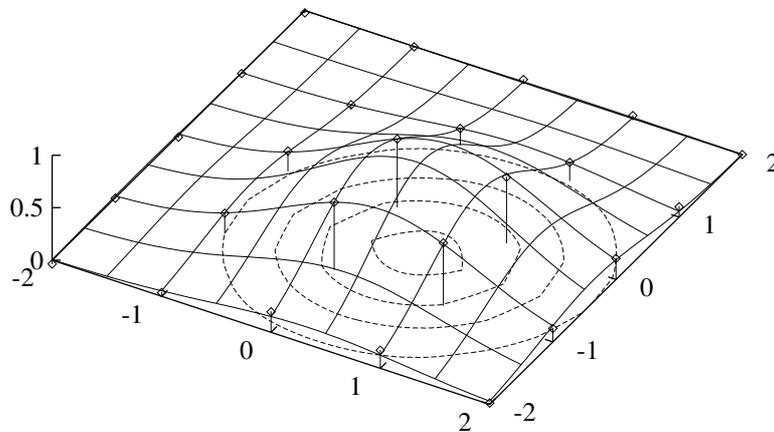


Abbildung 2.26: Iterative Levenberg-Marquardt-Anpassung zur genauen Ortsbestimmung des Korrelationspeaks: An die Umgebung des höchsten Wertes wird eine zweidimensionale Gaußkurve angepaßt. Dabei können sowohl elliptische Peaks richtig angepaßt, als auch die Werte korrekt gewichtet werden.

und zwar so, daß die Streuung mit einer von R unabhängigen Varianz normalverteilt ist. Um das beste Resultat zu erhalten, müßte also eine Fisher-transformierte Gaußglocke an die Fisher-transformierten Daten angepaßt werden. Für unsere Zwecke reicht es aber, die Fisher-Transformation nur zur Bestimmung der Gewichtung $g(R)$ der einzelnen Datenpunkte heranzuziehen ($\sigma^2(R)$ bezeichnet hier die Varianz von R an der Stelle $\Delta\vec{x}$),

$$g(R) = \frac{1}{\sigma^2(R)} \sim \left(\frac{dz}{dR} \right)^2 \quad (2.54)$$

und die Anpassung nach wie vor mit dem untransformierten Datensatz vorzunehmen.

Eine weitere Verbesserung, nämlich die Anpassung einer mit einer „Pyramide“ gefalteten Gaußverteilung (also $R_T * R_{T_{ccd}}$) ließ sich leider nicht mit vertretbarem Aufwand implementieren, da sich diese Funktion im zweidimensionalen nicht mehr geschlossen analytisch beschreiben läßt.

Bestimmung der Peakbreiten aus den Störpeaks

Eine weitere bisher ungenutzte Information, die in der Korrelationsfunktion enthalten ist, läßt sich aber sehr einfach nutzen. Wie man aus den obigen Betrachtungen entnehmen kann, wird die Korrelationsfunktion der unverzerrten Intensitätssignale $R_{I_\sigma I'_\sigma}$ überall mit derselben Funktion gefaltet. Das heißt, nicht nur der Signalpeak (gegeben durch die $i = j$ Terme in Gl. 2.31), sondern auch alle Störpeaks (gegeben durch die $i \neq j$ Terme) haben dieselbe Form. Um diese Information zu nutzen, wird in der Fourier-Ebene der Betrag berechnet, also die Phaseninformation eliminiert, wodurch im Raumbereich alle Peaks auf den Ursprung geschoben werden. Diese Betragsbildung entspricht im Raumbereich einer Autokorrelation und einer anschließenden Entfaltung der Funktion mit sich selbst. Dies funktioniert natürlich nur unter der Voraussetzung, daß die „Form“ jedes Peaks symmetrisch ist – also dessen Fouriertransformierte nur reelle positive Werte enthält. Diese Forderung ist automatisch dadurch erfüllt, daß es sich bei der „Form“ des Peaks bereits um die Autokorrelation eines Signales (in diesem Fall die Autokorrelation von $\tau * \tau_{ccd}$) handelt.

Aus diesem am Ursprung liegenden, über alle Störpeaks gemittelten Peak läßt sich wegen der bekannten Position und Höhe (die Höhe wird auf 1 normiert) sehr viel genauer die Breite in Δx - und Δy -Richtung sowie die Elliptizität des Peaks bestimmen. Mit diesen nun bekannten Parametern kann anschließend in der Korrelationsfunktion wesentlich besser die Position und die Höhe angepaßt werden. Dieses Verfahren wird im folgenden als „Störpeak-Analyse“ bezeichnet.

Um dieses Verfahren gewinnbringend für die Auswertung einzusetzen, muß allerdings sichergestellt sein, daß die Partikelbildverschiebung innerhalb des Abfragefensters gar nicht oder nur sehr gering variiert. Ein „verschmierter“ Korrelationspeak (siehe Kapitel 2.2.6) hat in jedem Fall eine andere Form als die „unverschmierten“ Störpeaks, so daß dann die Breiten der Störpeaks keine sinnvolle Information für die Breiten des Signalpeaks bringen.

Bestimmung der Peakposition aus den anderen Korrelationen

Bei dem Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren werden nicht nur zwei, sondern drei oder mehr PIV-Bilder (a, b, c, ...) aufgenommen. Je nach Auswerteverfahren (siehe nächsten Abschnitt) werden dann die Korrelationen R_{ab} , R_{bc} und evtl. R_{ac} berechnet. Jede dieser Korrelationen besteht aus einem Signalpeak und Störpeaks. Da jeder dieser drei Signalpeaks die volle Information über die Partikelbildverschiebung in x- und y-Richtung enthält, ist es ausreichend, wenn nur in einer Korrelation ein signifikanter Peak vorhanden ist. In den anderen Korrelationen wird dann nicht mehr nach dem höchsten Peak gesucht, sondern die Anpassung der Gaußfunktion direkt an der entsprechenden Position vorgenommen.

Mit diesem Verfahren können also auch Signalpeaks ausgewertet werden, deren Höhe weit unter der der übrigen Störpeaks liegt. Das hat allerdings zur Folge, daß für die Zwei-Ebenen-PIV Auswertung nicht die Standard-Programme für PIV-Auswertung benutzt werden können, sondern eigene Programme entwickelt werden müssen.

2.2.9 Bestimmung des Partikelversatzes in Z-Richtung

Mit der Beziehung aus Gl. 2.51 hat man den direkten Zusammenhang zwischen der Höhe des Korrelationspeaks und dem Z-Versatz der Partikel. Wie schon in Kapitel 2.2.1 erwähnt, reichen zwei Bilder nicht aus, um den Z-Partikelversatz zu bestimmen. Es wird deswegen noch ein drittes und evtl. viertes Bild mit versetztem Lichtschnitt aufgenommen. Folgende zeitliche und räumliche Plazierungen der Lichtschnitte wurden bisher realisiert (Abb. 2.27)

Um bei drei aufgenommenen Bildern aus den ermittelten Peakhöhen h_{ab} , h_{bc} und h_{ac} den Partikelversatz D_Z zu bestimmen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Für analytisch beschreibbare Lichtschnittprofile läßt sich Gl. 2.44 nach D_Z auflösen. Mit der Vermutung, daß alle Peakhöhen denselben multiplikativen Fehler enthalten (wenn die Varianzen der drei Bilder sowie die Varianzen des hinzuaddierten Hintergrundrauschens gleich sind, ist dies der Fall (siehe Gl. 2.51)), ist in [14] eine Formel für rechteckige Lichtschnitte angegeben. Dort wurden der Einfachheit halber allerdings nur die Informationen aus h_{ab} und h_{bc} genutzt. Gibt man als Lichtschnittprofile Gaußverteilungen mit der $1/e^2$ -Breite ΔZ_0 vor, deren Mittelebenen sich bei den Belichtungen an den Positionen Z_a , Z_b und Z_c befinden, so ist die Z-Komponente der Partikelgeschwindigkeit [19]:

$$w = \frac{Z_c - Z_a}{2\Delta t} + \frac{\Delta Z_a}{8\Delta t} \cdot \frac{\Delta Z_a}{Z_c - 2Z_b + Z_a} \cdot \ln \left(\frac{h_{bc}}{h_{ab}} \right) \quad (2.55)$$

Ein allgemeinerer Ansatz wird in dieser Arbeit vorgestellt: Da man bei Nutzung von Puls-Lasern das Lichtschnittprofil ohnehin nicht mehr analytisch beschreiben kann (Form und Position variieren von Puls zu Puls), wird einfach eine Tabelle angelegt, die zu jedem D_Z die zu erwartenden Peakhöhen h_{ab} , h_{bc} und h_{ac} enthält (Abb. 2.28 zeigt ein typisches Beispiel). Für das 3. Beispiel aus Abb. 2.27 enthält die Tabelle je vier Werte h_{ac} , h_{ad} , h_{bc} und h_{bd}). Um dann aus den gemessenen Peakhöhen den Z-Versatz zu bestimmen, braucht man nur aus der Tabelle das am besten passende Peakhöhen-Tripel bzw. -Quadrupel herauszusuchen.

Da wie bereits erwähnt die gemessenen Peakhöhen alle um einen unbekanntes Faktor reduziert sind, bietet sich als Maß, wie gut das gemessene Peakhöhen-n-Tupel mit dem aus der Tabelle übereinstimmt, der normierte Korrelationskoeffizient von den beiden n-Tupeln an. Um auch hier die unterschiedlichen Varianzen der gemessenen Peakhöhen berücksichtigen zu können, wird die gewichtete Korrelation berechnet:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n g_i a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n g_i a_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n g_i b_i^2}} \quad (2.56)$$

wobei n die Anzahl der gemessenen Peakhöhen und g_i die Gewichtung für die einzelnen Peakhöhen bezeichnet. g_i kann dabei in erster Näherung – siehe nächstes Kapitel – über die Fisher-Transformation bestimmt werden.

Dieses allgemeine Verfahren läßt sich also für beliebig viele Lichtschnitte – und dementsprechend viele gemessene Peakhöhen – benutzen. Außerdem liefert es für nur zwei gemessene Peakhöhen und gaußförmige Lichtschnitte dasselbe Ergebnis wie die oben genannte Formel 2.55.

2.3 Zusammenfassung

Die folgenden besonders für das Mehrebenen-PIV-Verfahren wichtigen Erkenntnisse sind festzuhalten:

- Die Mie-Streuung darf bei Öltröpfchen in Luft nur dann vernachlässigt werden, wenn alle Bilder mit gleich polarisiertem Laserlicht aufgenommen werden.
- Die Hintergrundhelligkeit wird hauptsächlich von dem „Partikel-Nebel“ zwischen Lichtschnitt und Kamera erzeugt. Sie muß somit für jedes einzelne Bild neu abgeschätzt werden und kann nicht mit einem globalen „Null-Bild“ für die ganze Meßreihe eliminiert werden.
- Die Integration des Bildes über den aktiven Bereich eines CCD-Pixels beeinflusst ebenfalls die Form des Korrelationspeaks.
- Bei der üblicherweise verwendeten Auswertung der PIV-Bilder gibt das Sampling-Theorem keine Auskunft über den erforderlichen Gitterabstand bei der Abtastung des Bildes.
- Bei der elektrischen Übertragung und der AD-Wandlung des Video-Signals können auch noch Fehler auftreten. Es wurden Verfahren vorgestellt, diese zu quantifizieren und nachträglich zu eliminieren.
- Für die Abschätzung der Kreuzkorrelationsfunktion wurden bisher nicht alle im Bild enthaltenen Informationen genutzt. Das bisherige Verfahren (Korrelation zweier gleich großer Fenster) überlagert die Korrelation mit unnötigem zusätzlichem Rauschen, das die genaue Ortsbestimmung des Peaks leicht und die Höhenbestimmung stark stört.

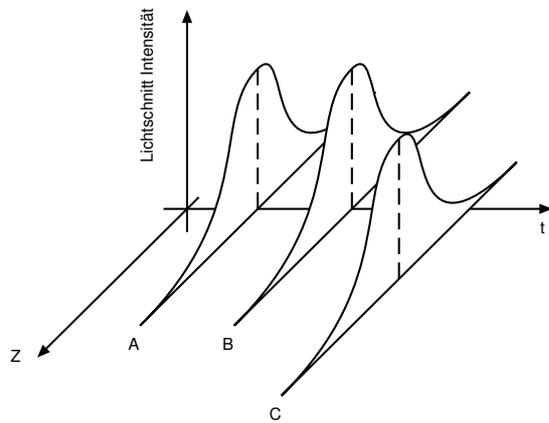
Daß die Korrelation eines kleinen mit einem großen Fenster bessere Ergebnisse erzielen müßte, ist seit langem bekannt. Ohne korrekte Normierung sind diese Ergebnisse aber meistens schlechter als bei gleich großen Fenstern. Hier wurde die korrekte Normierung erläutert und ein Verfahren vorgestellt, das trotz ungleich großer Fenster die Korrelation über schnelle Fouriertransformationen ausrechnet und somit nicht viel langsamer als das herkömmliche Verfahren ist.

Ein weiterer entscheidender Vorteil der Korrelation unterschiedlich großer Fenster ist, daß die Größe des kleineren Fensters (die die Größe des Volumens bestimmt, über das die Strömungsgeschwindigkeit gemittelt wird) nun frei wählbar und nicht mehr an die festen Datensatzlängen der FFT (... ,16,32,64,128, etc.) gebunden ist. Somit kann die Fenstergröße viel besser den strömungsmechanischen Gegebenheiten angepaßt werden.

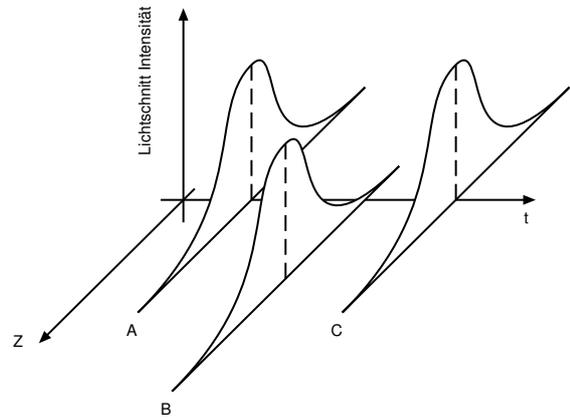
- Die Streuung einer normierten Kreuzkorrelationsfunktion ist nicht normalverteilt. Insbesondere ist die Varianz von der Größe des einzelnen Wertes abhängig (Werte nahe 1 haben eine wesentlich kleinere Varianz als Werte nahe 0)
- Das bisherige Verfahren zur Subpixel-Ortsbestimmung des Korrelationspeaks über zwei eindimensionale Gauß-Anpassungen ist zwar schnell, liefert aber nur für einen sehr kleinen Bereich von Partikelbilddurchmessern akzeptable Ergebnisse und berücksichtigt nicht die ungleichmäßige Verteilung der Fehler eines Korrelationskoeffizienten. Es liefert systematische Fehler bei zu

kleinen Partikelbildern (bekannt unter dem Begriff „Peak-locking“) sowie bei elliptischen Partikelbildern, wie sie oft in den Randbereichen eines PIV-Bildes bedingt durch Linsenfehler vorkommen. Für die Abschätzung der Peakhöhe ist dieses Verfahren nur sehr schlecht geeignet.

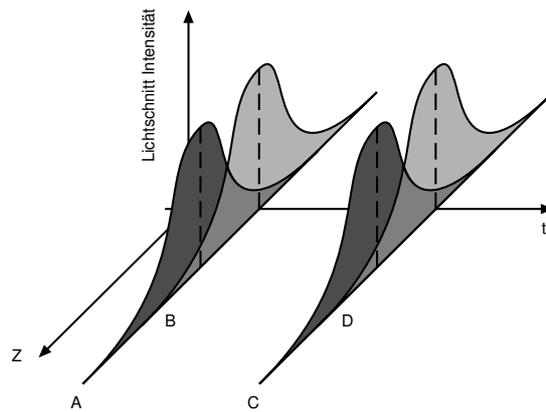
Die Anpassung einer zweidimensionalen Gaußverteilung an die Korrelationsfunktion, deren Werte entsprechend der zu erwartenden Varianz gewichtet werden, liefert eine wesentlich bessere Abschätzung. Die vorherige separate Bestimmung der Parameter Breite und Elliptizität aus einer Mittelung über alle Peaks (also auch „Störpeaks“) in der Korrelationsfunktion verbessert die Genauigkeit nochmals und reduziert die systematischen Fehler in der Ortsbestimmung („Peak-locking“) erheblich.



Strömungen mit nur positiver Z-Komponente
(Trennung der Bilder: zeitlich)



Strömungen mit positiver und negativer Z-Komponente
(Trennung der Bilder: zeitlich)



Genauere Messung bei positiver und negativer
Z-Komponente (Trennung der Bilder durch Farbe [18] oder Polarisation)

Abbildung 2.27: Räumliche und zeitliche Plazierungen der Lichtschnitte bei dem Zwei-Ebenen PIV-Verfahren: Um den unbekanntem Faktor ν , der die Höhe des Korrelationsmaximums verringert, eliminieren zu können, müssen mindestens drei Bilder aufgenommen werden. Um die Vorzeichenunsicherheit bei der Bestimmung des Z-Versatzes der Partikel auszüräumen, muß bei mindestens einem Bild der Lichtschnitt in Z-Richtung versetzt werden.

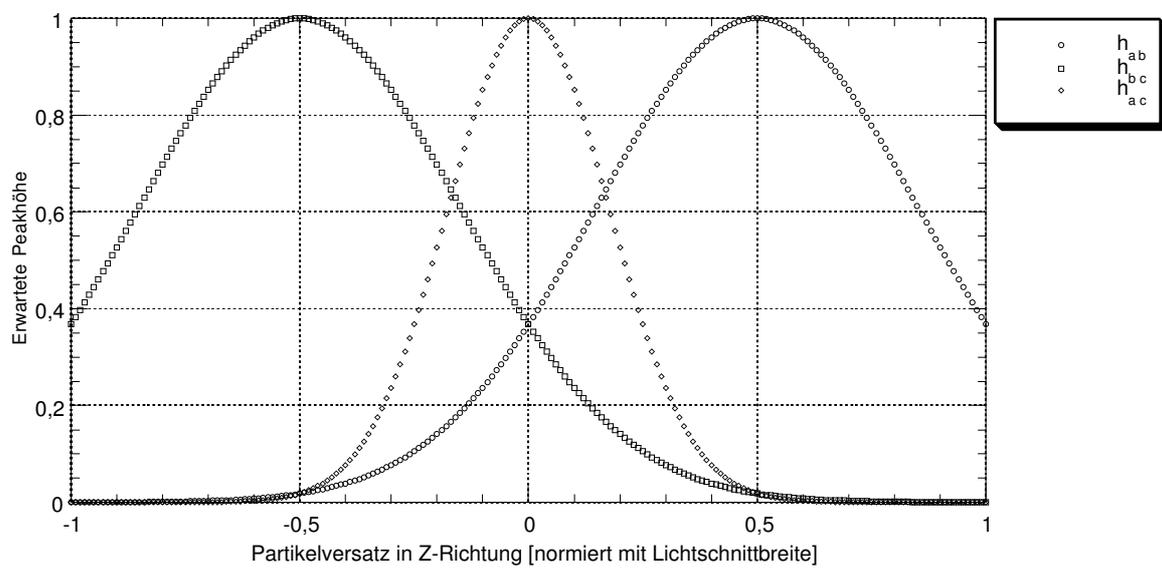


Abbildung 2.28: Beispiel-Tabelle zur Bestimmung des Partikelversatzes aus den gemessenen Peakhöhen. Zu den gemessenen drei Peakhöhen wird das am besten passende D_Z in dieser Werte-Tabelle gesucht. Die Parameter für dieses Beispiel sind: Lichtschnittposition: 0; 0,5; 0 und Lichtschnittprofil: Gauß-Verteilung mit der $1/e^2$ - Breite von 1

3 Theoretische Abschätzung der Genauigkeit

Den Fehler eines normierten Korrelationskoeffizienten abzuschätzen, ist sehr schwierig, da die Kreuzkorrelation und die Varianzen der Einzelsignale nicht statistisch unabhängig sind. Man kann sich hier mit der Fisher-Transformation behelfen, die aber eigentlich nur für bivariant gaußverteilte Signale gilt, was für die PIV-Bilder nur bedingt richtig ist.

Spätestens an der Stelle, wo dann aus den drei ermittelten Peakhöhen (die ja auch nicht statistisch unabhängig sind) der Z-Versatz der Partikel bestimmt wird, wird es sehr schwierig, noch analytisch den Fehler abzuschätzen. Aus diesem Grund werden die zu erwartenden Varianzen im Folgenden mittels Monte-Carlo-Simulationen berechnet.

3.1 Monte-Carlo-Simulationen

Das vorwiegende Interesse bei den Simulationen gilt hier der Höhe der normierten Korrelationspeaks aus Gleichung 2.37 sowie dem daraus berechneten D_Z für verschiedene „wahre“ D_Z .

Die Simulation läuft folgendermaßen ab: Für jedes vorgegebene „wahre“ D_Z werden die „gemessenen“ Peakhöhen und das daraus folgende „gemessenes“ D_Z folgendermaßen bestimmt:

Festlegung der Anfangs-Z-Position jedes Partikels (Z_i) als gleichverteilte Zufallsgröße innerhalb der vierfachen $1/e^2$ -Breite des Lichtschnittes
Festlegung des Streukoeffizienten jedes Partikels (σ_i) als gaußverteilte Zufallsgröße mit Mittelwert 1 und vorgegebener Varianz (evtl. auftretende negative Streukoeffizienten werden durch einen neuen Zufallswert ersetzt)
Berechnung der Intensität jedes Partikelbildes $I_\ell(Z_i + \alpha \cdot D_Z) \cdot \sigma_i$, wobei der Faktor α für Bild a, b und c jeweils aus den vorgegeben Positionen und Zeitpunkten der Lichtschnitte berechnet wird
Addition von gaußverteilterm „Hintergrundrauschen“ auf die Intensitäten.
Berechnung der normierten Peakhöhen nach Gl. 2.38 für alle drei möglichen Korrelationen (h_{ab} , h_{bc} und h_{ac})
Berechnung des „gemessenen“ D_Z mit der alten Formel (Gl. 2.55) und nach der in Abschnitt 2.2.9 vorgestellten Methode mittels tabellierter theoretischer Peakhöhen.

Dieser Programmteil wird für jedes „wahre“ D_Z 5000 mal wiederholt, und dann werden der Mittelwert und die Varianz der „gemessenen“ Peakhöhen und der „gemessenen“ D_Z bestimmt und als Funktion des „wahren“ D_Z aufgetragen.

Folgende Standard-Parameter wurden vorgegeben; an den Grafiken stehen jeweils nur die Parameter die davon abweichen:

Anzahl der „Meßwerte“:	5000
Anzahl der Partikel:	10
Varianz der Streukoeffizienten:	20%
Hintergrundrauschen:	0%
Position der Lichtschnitte (nomiert mit der $1/e^2$ -Lichtschnittbreite):	0; 0,5; 0
Auflösung der Tabelle zur Ermittlung von D_Z mit der neuen Formel (relativ zur Lichtschnittbreite):	0,01

3.2 Die Varianzen der Peakhöhen

Als erstes sollen hier die Varianzen der „gemessenen“ Peakhöhen untersucht werden. Die erwartete Peakhöhe ist nach Gl. 2.51 proportional zur Autokorrelation des Lichtschnittprofils. Sind die Lichtschnittprofile bei den beiden Aufnahmen nicht identisch, so muß die Kreuzkorrelation dieser beiden Profile berechnet werden. Im vorliegenden Fall wurde für alle drei Aufnahmen (a, b, c) ein gaußförmiger Lichtschnitt angenommen, wobei der Lichtschnitt bei Aufnahme b um seine halbe Breite in Z-Richtung versetzt wurde.

3.2.1 Ergebnisse unter Vernachlässigung des Hintergrundrauschens

Die zu erwartenden Peakhöhen für dieses Beispiel waren schon im vorigen Kapitel zu sehen (Abb. 2.28). Damit die Diagramme übersichtlich bleiben, wird im folgenden nur die Peakhöhe der Korrelation a,b aufgetragen. In Abb. 3.1 befanden sich im Mittel 5 Teilchen im Abfragevolumen. In Abb. 3.2 im Mittel 20 Teilchen. In beiden Fällen ist kein Hintergrundrauschen vorhanden.

Diese Simulation lieferte zwei überraschende Tatsachen:

- Die Varianz ist für die Peakhöhe 0,5 am größten und für 1 und 0 am kleinsten. Bei Korrelationskoeffizienten von bivariant normal verteilten Signalen (die für die Fisher-Transformation vorausgesetzt werden) ist die Varianz von Korrelationskoeffizienten um 0 am größten.
- Der Mittelwert der gemessenen Peakhöhen ist immer etwas größer als die erwartete Peakhöhe. Dieser systematische Fehler wird mit zunehmender Teilchenzahl kleiner.

Zum Punkt a) findet sich recht schnell eine Erklärung: Es handelt sich hier sehr offensichtlich nicht um bivariant normalverteilte Signale, was man allein schon daran sehen kann, daß in beiden Signalen keine

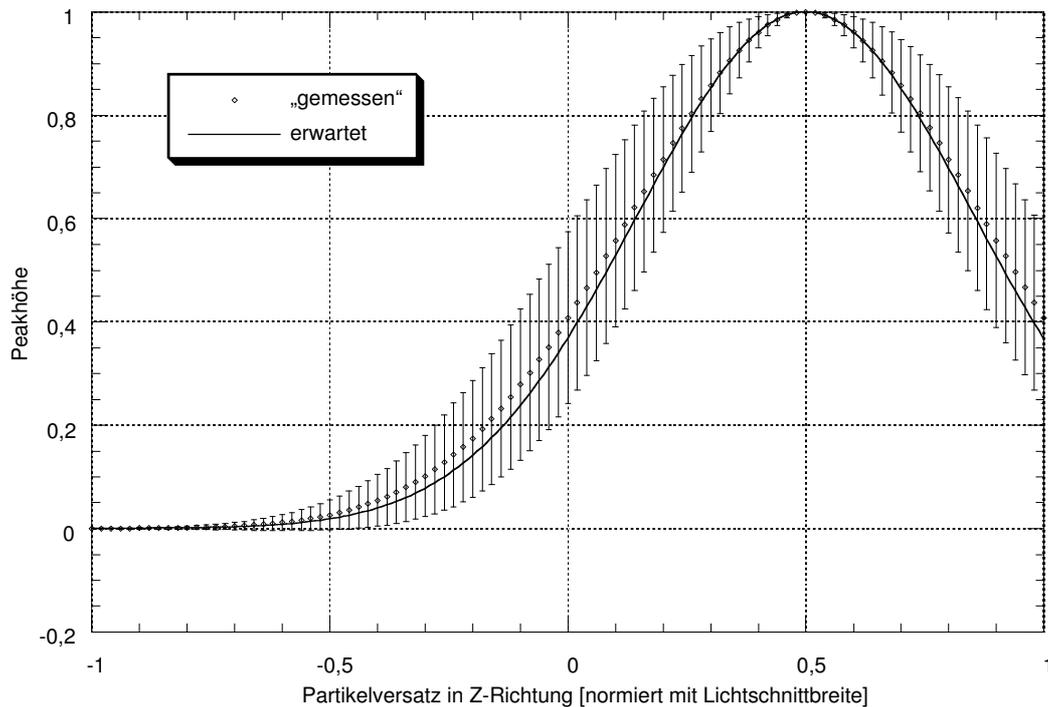


Abbildung 3.1: Monte-Carlo-Simulation von Zwei-Ebenen-PIV: ca. 5 Partikel pro Abfragevolumen, kein Hintergrundrauschen.

negativen Werte vorkommen können. Dadurch können auch keine negativen Korrelationskoeffizienten auftreten. Daraus folgt, daß Korrelationskoeffizienten mit dem Mittelwert Null keinen Fehler haben können.

Um Punkt b) genauer zu studieren, wurden in Abb. 3.3 die Fehlerbalken durch das jeweilige Histogramm der „gemessenen“ D_Z ersetzt (Je größer die Schwärzung, desto wahrscheinlicher ist das Auftreten dieser Peakhöhe als Simulationsergebnis). Die erste Vermutung, daß einzelne Ausreißer diese zu hohen Mittelwerte bewirken, hat sich nicht bestätigt. Vielmehr liegt das Maximum der Verteilung bei kleinen Peakhöhen unterhalb und bei großen Peakhöhen oberhalb der Kurve. Eine Erklärung für diese Abweichungen kann hier leider nicht angegeben werden. Die Tatsache, daß man bei nur einem Partikel im Abfragevolumen immer eine Korrelation von 1 hat, ist immerhin ein Indiz dafür, daß eine systematische Abweichung auch noch bei 5 Partikeln pro Abfragevolumen auftreten kann. Daß dieser Effekt Auswirkungen auf die reale Zwei-Ebenen-PIV-Auswertung hat, ist aber nicht zu befürchten, da er nur bei sehr kleinen Partikelzahlen und PIV-Bildern ohne jegliche Hintergrundhelligkeit sichtbar in Erscheinung tritt.

3.2.2 Ergebnisse unter Berücksichtigung des Hintergrundrauschens

Wird in der Simulation noch Hintergrundrauschen auf die Partikelbildhelligkeiten addiert, so ergibt sich das erwartete Bild für die Peakhöhen (Abb. 3.4): Alle Korrelationskoeffizienten sind um einen

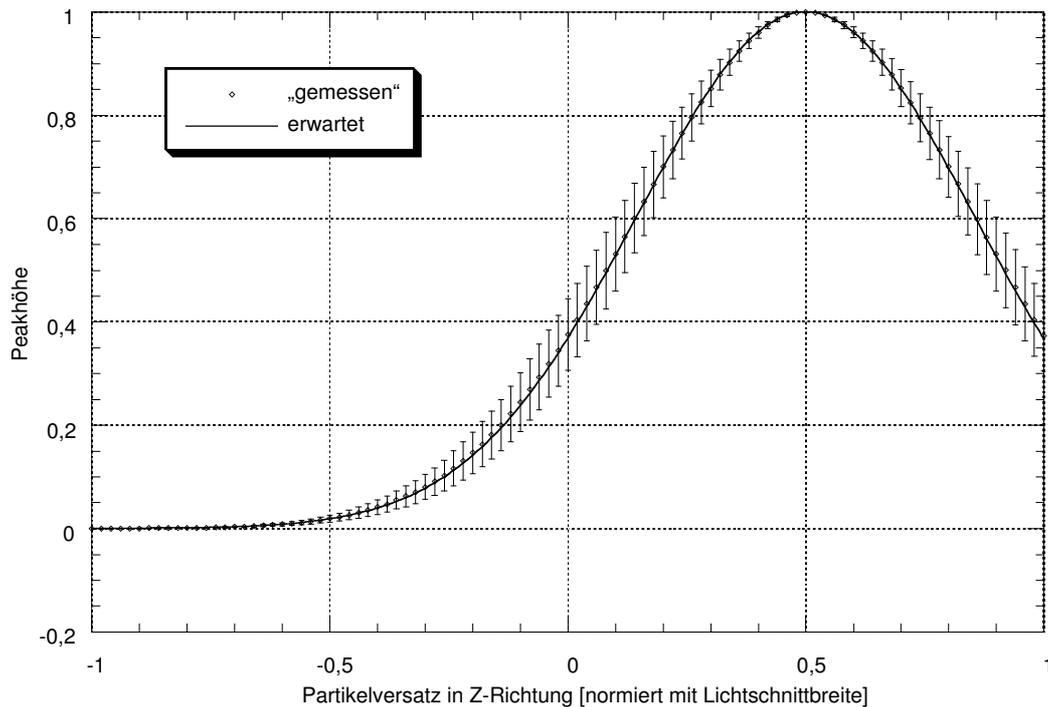


Abbildung 3.2: Monte-Carlo-Simulation von Zwei-Ebenen-PIV: ca. 20 Partikel pro Abfragevolumen, kein Hintergrundrauschen.

konstanten Faktor kleiner geworden und die Varianzen sind insbesondere in der Nähe von 0 größer geworden.

3.3 Die Varianz des „gemessenen“ Partikelversatzes in Z-Richtung

Aus den simulierten Peakhöhen wird dann – genau wie in einer realen Auswertung – der Partikelversatz bestimmt. Zum Vergleich wird dieses einmal mit der herkömmlichen Formel (Gl. 2.55), wobei nur die Peakhöhen h_{ab} und h_{bc} berücksichtigt werden, und einmal mit der Tabellen-Methode unter Berücksichtigung aller drei Peakhöhen bestimmt. In Abb. 3.5 ist das Ergebnis für ca. 10 Partikel pro Abfragevolumen ohne Hintergrundrauschen aufgetragen. Diese Genauigkeit wird man in der Realität wohl kaum erreichen können. Realistischer wird es, wenn man noch Hintergrundrauschen hinzufügt (Abb. 3.6 und Abb. 3.7). Dabei wird auch ersichtlich, daß man keine zuverlässigen Ergebnisse mehr erhält, wenn der Partikelversatz den Lichtschnittversatz übertift $|D_Z| > 0,5$.

Bemerkenswert ist dabei auch der systematische Fehler, der bei der herkömmlichen Auswertung auftritt. In der neuen Auswertung hat man innerhalb des Bereiches $[-0,5 : 0,5]$ fast keine systematischen Fehler.

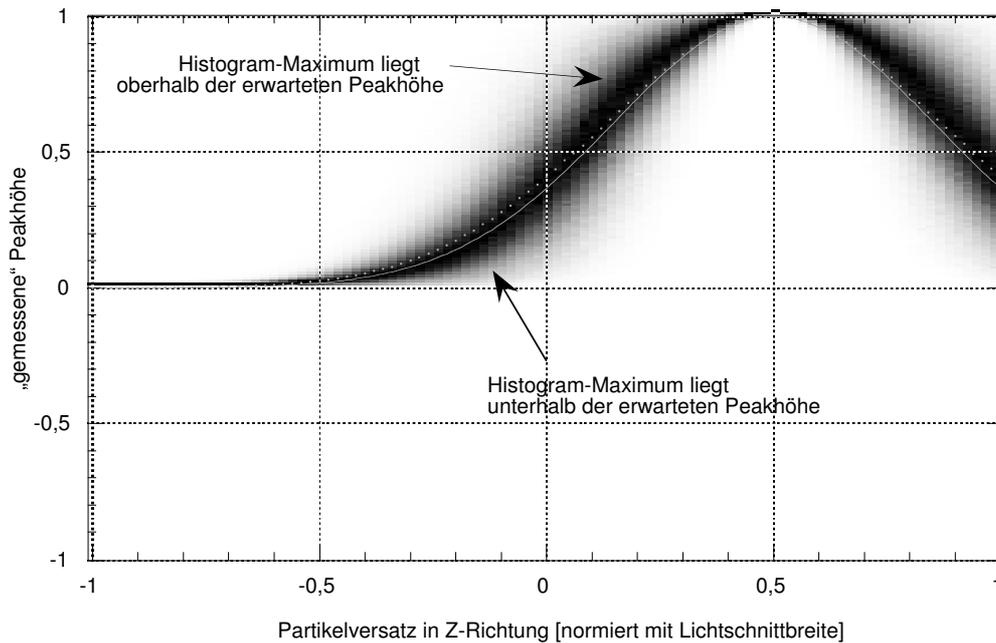


Abbildung 3.3: Monte-Carlo-Simulation von Zwei-Ebenen-PIV: ca. 5 Partikel pro Abfragevolumen, kein Hintergrundrauschen. Die durchgezogene Linie beschreibt die erwartete Peakhöhe. Das Histogramm der „gemessenen“ Peakhöhen ist als Schwärzung im Hintergrund aufgetragen, der Mittelwert der „gemessenen“ Peakhöhen als Punkte.

Ebenfalls auffällig ist, daß bei der herkömmlichen Auswertung der statistische Fehler mit dem Partikelversatz zunimmt, während er bei der neuen Auswertung in weiten Bereichen konstant ist.

In Abb. 3.8 schließlich ist zu erkennen, daß bei doppelter Partikelzahl der statistische Fehler etwa auf das $1/\sqrt{2}$ -fache sinkt, so wie es für statistisch bestimmte Größen üblich ist, wenn die Zahl der unabhängigen Meßwerte verdoppelt wird.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die statistischen und systematischen Fehler untersucht, die sich aus dem im ersten Kapitel vorgestellten mathematischen Modell ergeben. Um absolute Vorhersagen über die Genauigkeit einer Zwei-Ebenen-PIV-Messung machen zu können, reichen diese Ergebnisse leider nicht aus, da gerade das Verhältnis von Partikelbildintensitäten zur Varianz der Hintergrundhelligkeit meistens nicht bekannt ist, und auch die Anzahl der Partikel pro Abfragevolumen nur sehr schwer zu bestimmen ist.

Das wesentliche Ergebnis hier ist, daß die neue Auswertung im Gegensatz zur alten wesentlich kleinere statistische Fehler und fast gar keine systematischen Fehler aufweist.

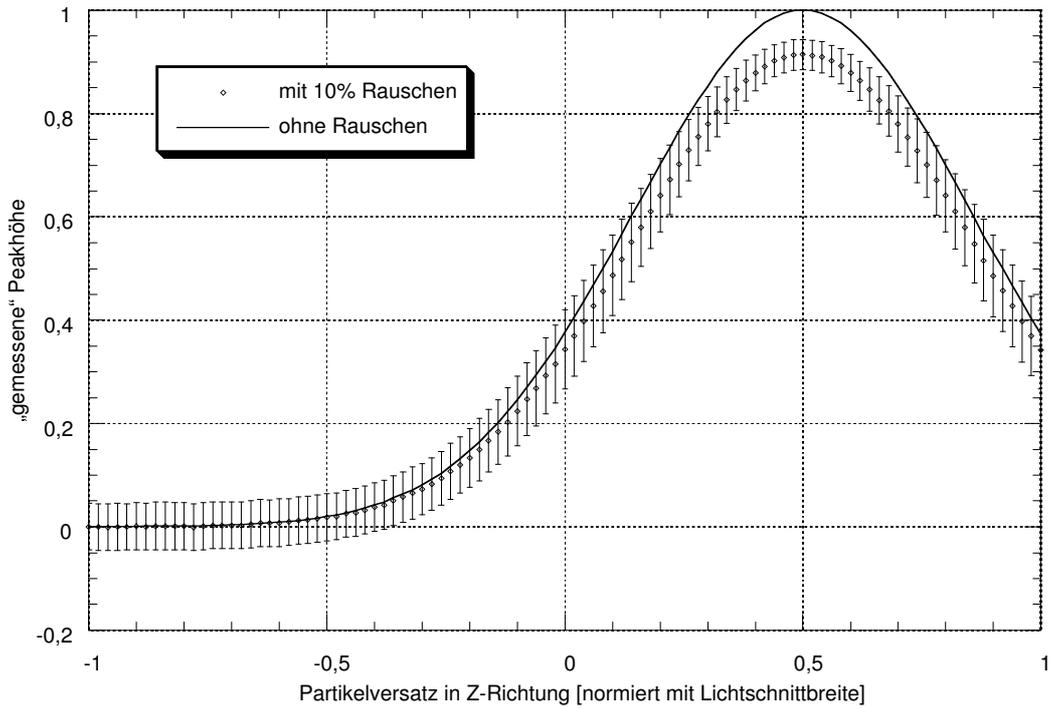


Abbildung 3.4: Monte-Carlo-Simulation von Zwei-Ebenen-PIV: ca. 20 Partikel pro Abfragevolumen, 10% Hintergrundrauschen. Durch das Hintergrundrauschen, das auf die simulierten Partikelbildhelligkeiten addiert wurde, sind alle Korrelationen um einen konstanten Faktor kleiner geworden

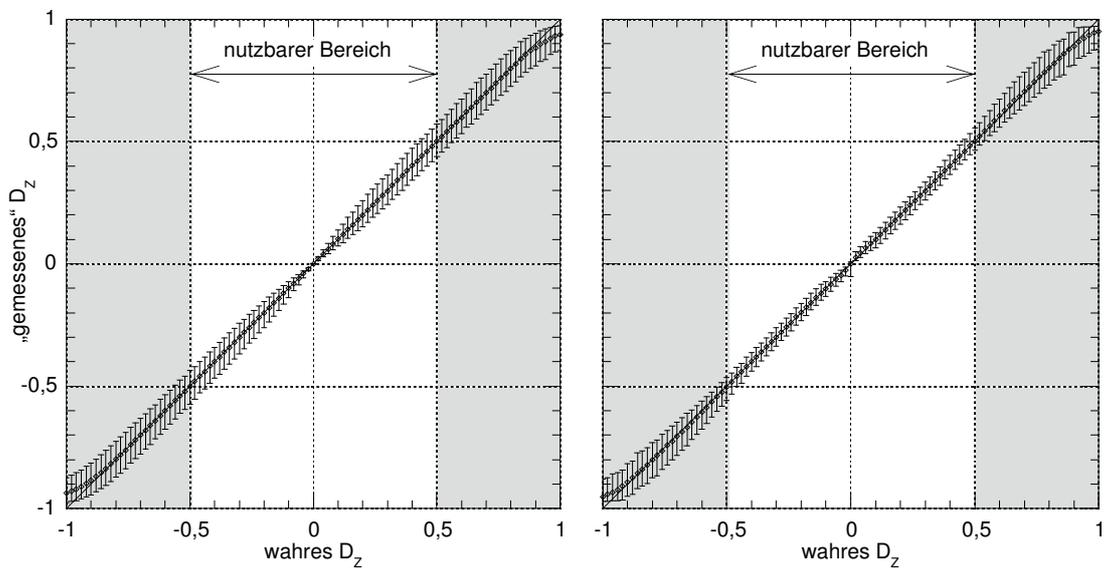


Abbildung 3.5: Monte-Carlo-Simulation zu Bestimmung der Genauigkeit beim Zwei-Ebenen PIV. Parameter: ca. 10 Partikel, kein Hintergrundrauschen. Das linke Diagramm enthält die Ergebnisse, die mit der herkömmlichen Auswertung erzielt wurden, das rechte die Ergebnisse der neuen Auswertung

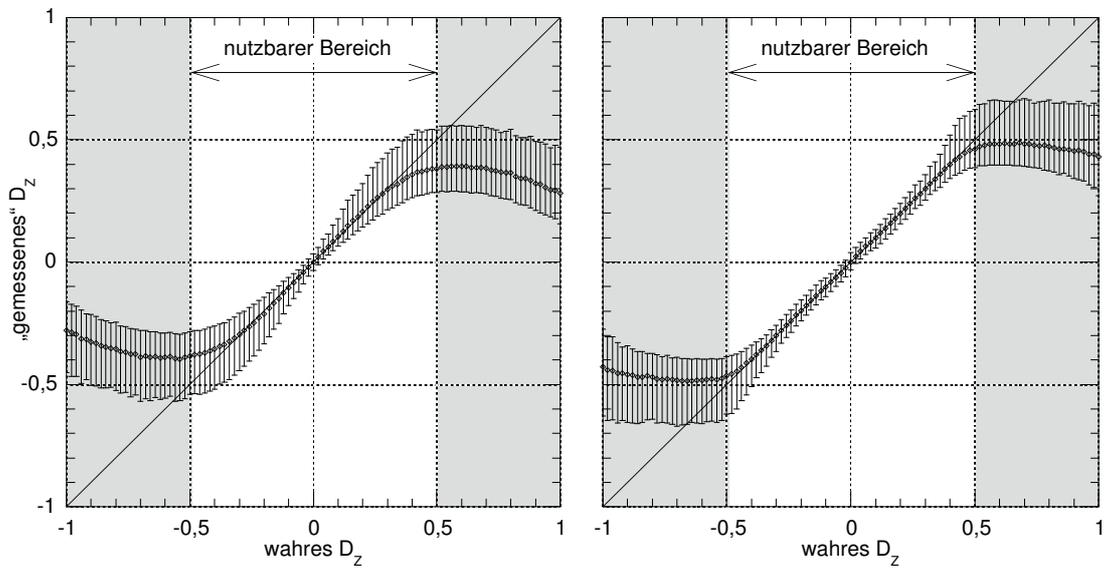


Abbildung 3.6: Parameter: ca. 10 Partikel, 10% Hintergrundrauschen. Links die Ergebnisse der herkömmlichen Auswertung, rechts die der neuen. Wie zu erwarten war, ist es nicht möglich, einen Partikelversatz, der größer als der Lichtschnittversatz ($|D_z| > 0,5$), zu messen.

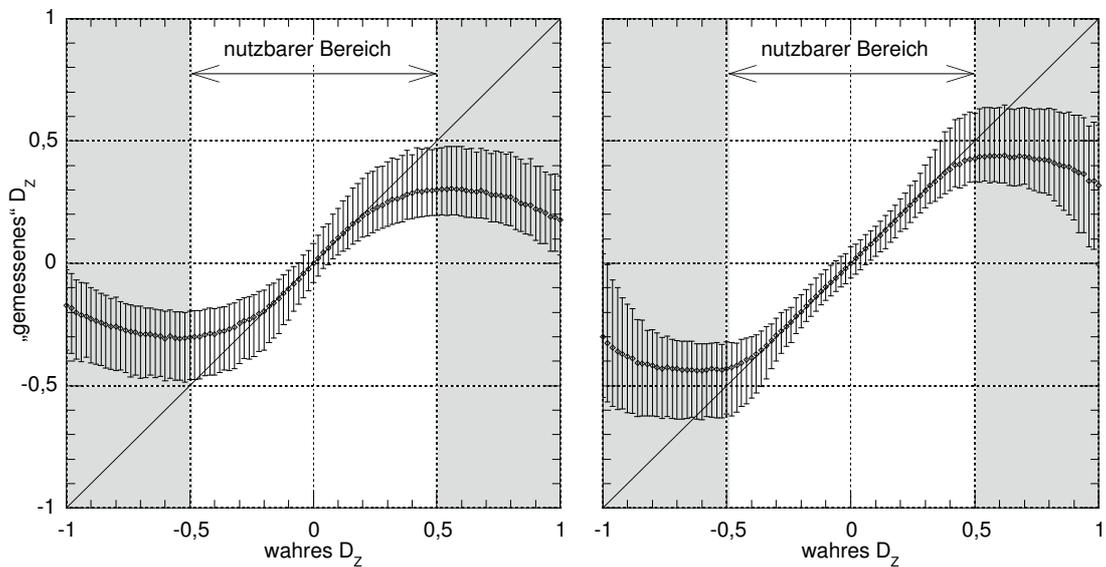


Abbildung 3.7: Parameter: ca. 10 Partikel, 20% Hintergrundrauschen. Stärkeres Rauschen erhöht wie erwartet den statistischen Fehler. Der systematische Fehler wird aber nur bei der herkömmlichen Auswertung (links) größer. In der neuen Auswertung (rechts) treten auch hier keinen nennenswerten systematischen Fehler auf

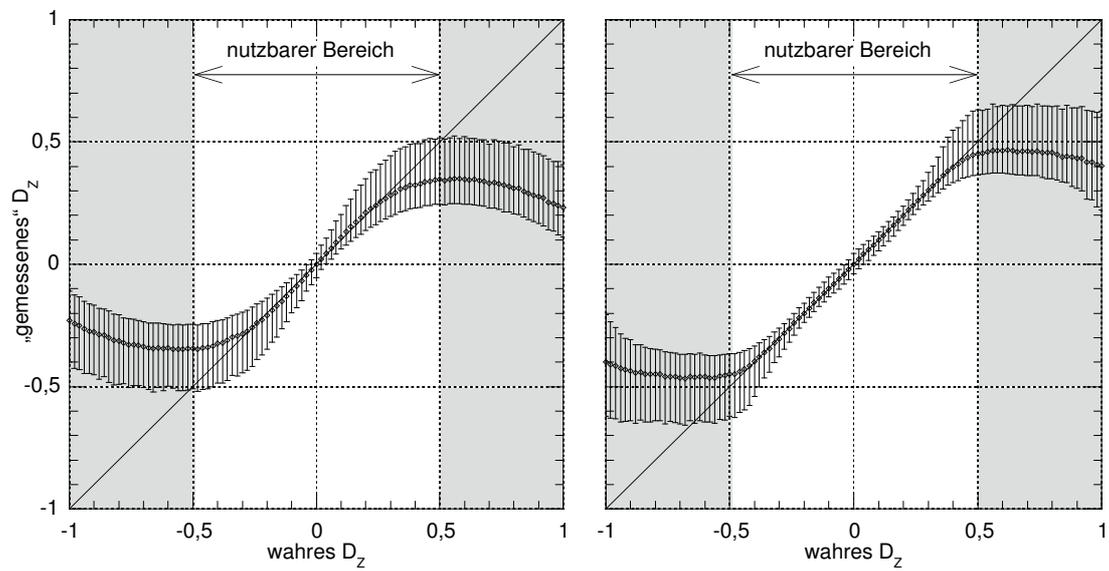


Abbildung 3.8: Parameter: ca. 20 Partikel, 20% Hintergrundrauschen. Im Gegensatz zum vorigen Diagramm wurde hier die Partikelzahl verdoppelt. Die statistischen Fehler sind dementsprechend kleiner geworden.

4 Kalibriermessungen an eingegossenen Partikeln

Um zu testen, welche Genauigkeit unter realen Bedingungen erreicht werden kann, wurden Messungen an in Plexiglas eingegossenen Polymethylenmelamin-Partikeln von ca. $3\ \mu\text{m}$ Durchmesser vorgenommen. Mit dem Brechungsindex von Polymethylenmelamin von 1,68, dem Brechungsindex von Plexiglas von 1,49 und der verwendeten Wellenlänge des Argon-Ionen-Laserlichtes von 514,5 nm ergibt sich die normierte Partikelgröße nach Gl. 2.2) als $r_n \approx 20$. Die zu erwartende Mie-Streuung liegt also in derselben Größenordnung wie die von $2,3\ \mu\text{m}$ großen Öltröpfchen in Luft bei 532 nm Laserlichtwellenlänge (siehe Abschnitt 2.1.1). Dieser „Partikelblock“ konnte mittels eines Verschiebetisches um den gewünschten Betrag in Z-Richtung verschoben werden (Abb. 4.1).

Zur Simulation einer Zwei-Ebenen-PIV-Messung wurde der Block an drei verschiedene Positionen Z_a , Z_b und Z_c gefahren und je ein Bild mit der Videokamera aufgenommen. Die Positionen wurden dabei aus dem jeweiligen Partikelversatz der simulierten Strömung und dem Lichtschnittversatz der zu der jeweiligen Aufnahme gehört so bestimmt, daß die Partikel relativ zum Lichtschnitt die richtige Position einnehmen. Der Lichtschnitt selber wurde nicht versetzt.

Um die Auswertung automatisieren zu können, wurden über einen Bereich von 4 mm in Z-Richtung 200 Bilder mit einem Abstand von je $20\ \mu\text{m}$ aufgenommen. Für eine Auswertung konnten dann aus diesem Fundus die jeweils passenden Bilder herausgesucht werden. Die experimentellen Parameter waren dabei wie folgt:

Lichtschnittdicke ($1/e^2$):	1,6 mm
Abstand Lichtschnitt – Teilchenblock Vorderkante:	ca. 5 mm - 9 mm
Abstand Lichtschnitt zu Bildebene der Kamera:	ca. 430 mm
Kamera Typ:	Pulnix Video-Kamera
Objektiv:	Carenar 1:1,8, f=55 mm plus zwei Zwischenringe à 5 mm
Blende:	1,8

Die aufgenommenen Bilder wurden mit den im vorigen Kapitel vorgestellten Methoden ausgewertet. Trotz des konstanten Z-Versatzes der Partikel im ganzen Meßvolumen wurden die aufgenommenen PIV-Bilder in einzelne Abfragefenster unterteilt, für die dann jeweils der Z-Partikelversatz bestimmt wurde. So ist es möglich, diese Messungen direkt mit Messungen an echten Strömungen zu vergleichen. Außerdem kann der Mittelwert und die Varianz über die Ergebnisse aus allen Abfragefenstern gebildet werden, so daß man eine Abschätzung für die systematischen und statistischen Fehler erhält.

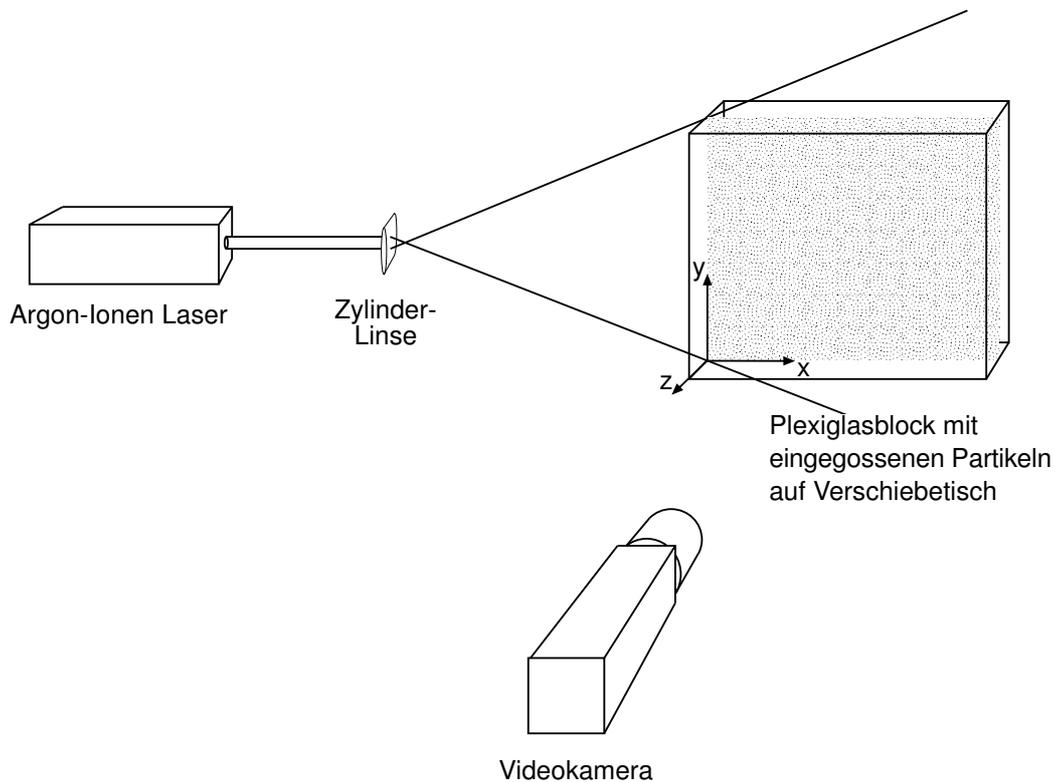


Abbildung 4.1: Kalibriermessungen mit eingegossenen Partikeln. Um eine Strömung zu simulieren, wird der Partikelblock zwischen den Aufnahmen mittels eines Verschiebetisches verfahren.

4.1 Untersuchung der Korrelationspeakhöhen

Um einen Vergleich mit den Korrelationspeakhöhen aus der Monte-Carlo-Simulation herstellen zu können, werden hier als erstes die gemessenen Peakhöhen untersucht. Für diese Auswertung wurde jedes Bild mit dem in der Mitte (also bei 2 mm) aufgenommenen Bild korreliert. Da keine Verschiebung in X- oder Y-Richtung stattgefunden hatte, konnte für die Anpassung der Gaußfunktion an den Korrelationspeak die Position (0,0) vorgegeben werden, und es wurden nur noch die Höhe und die Breiten angepaßt. Die Abfragefenstergröße betrug 32x32 Pixel und dieses Fenster wurde mit einem 64x64 Pixel großen Fenster korreliert. Für die Anpassung wurden die Pixel innerhalb eines Kreises mit 3 Pixeln Radius um den Nullpunkt herum benutzt. Die Peakhöhen h_{ab} der Korrelation ab sind in Abb. 4.2 aufgetragen.

Wie man sieht, stimmt die erwartete Peakhöhe (zur Erinnerung: sie entspricht der Autokorrelation des Lichtschnittprofils) im Mittel sehr gut mit der gemessenen überein. Lediglich im Randbereich ($D_z < -0,2$) liegen die gemessenen Werte im Mittel etwas oberhalb der erwarteten Gaußkurve. Vermutlich hat das seine Ursache darin, daß zum einen der Lichtschnitt beim Durchgang durch das Plexiglas sein Profil nicht exakt beibehält (es wird etwas „verschmiert“), und zum anderen die Hintergrundhelligkeiten der Bilder nicht völlig unkorreliert sind. Außerdem sind nichtlineare Effekte bei der Anpassung einer

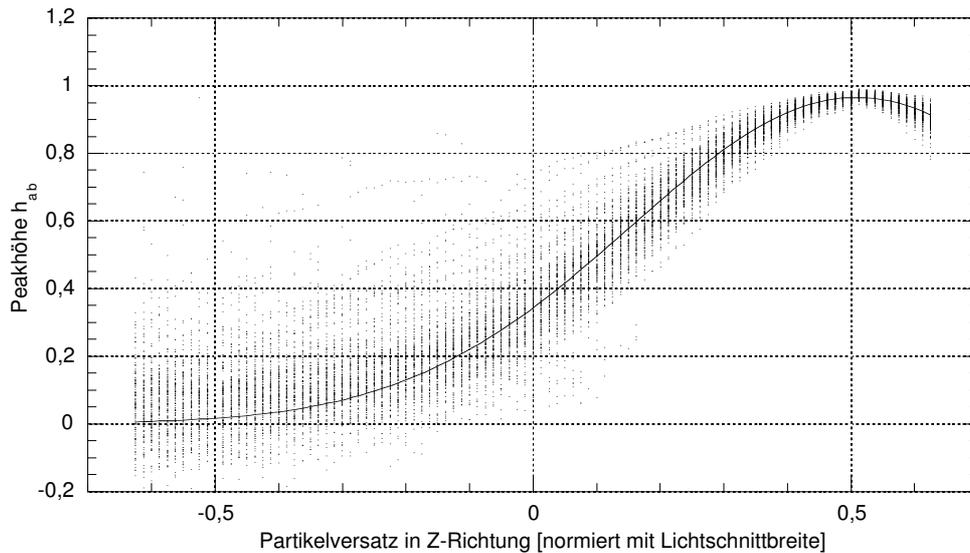


Abbildung 4.2: Erwartete und gemessene Korrelationspeakhöhen bei dem Partikelblock Experiment. Die gemessenen Peakhöhen (als Punkte aufgetragen) stimmen gut mit der erwarteten Gauß-Kurve (um den Betrag des Lichtschnittversatzes verschobene Autokorrelation des Lichtschnittprofils) überein

Gaußverteilung an die nahezu statistischen Werte in diesem Bereich nicht auszuschließen.

Vergleicht man die Fehler mit dem Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation (Abb. 3.4) so fällt auf, daß es hier offenbar eine weitere Quelle für statistische Fehler gibt. Die für die Simulation gemachte Annahme, daß das Korrelationsrauschen auf die Peakhöhe nur unwesentliche Einflüsse ausübt (das ist nur dann der Fall, wenn sich die Partikelbilder nicht überlappen), ist offenbar für die hier gemachten Messungen nicht erfüllt.

Die Verteilung der Varianzen in Abbildung 4.2 ähnelt der Verteilung von Varianzen der Korrelation von bivariant normalverteilten Signalen. Unter dieser Voraussetzung führt die Fisher-Transformation zu einer Größe, deren Varianz für alle R gleichgroß ist.

$$R_{fisher} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+R}{1-R} \right) \quad (4.1)$$

In Abb. 4.3 sind die Fisher-transformierten Peakhöhen aufgetragen. Die Standardabweichung der Fisher-transformierten Peakhöhen ist nun überall nahezu gleich groß (Abb. 4.4).

4.2 Untersuchung des gemessenen Partikelversatzes

Für die Messung des Partikelversatzes wurde eine Auswertung mit 50x50 Pixel großen Abfragefenstern durchgeführt, die mit 64x64 Pixel großen Fenstern korreliert wurden. Durch die daraus folgenden kleinen Ausmaße der erhaltenen Korrelationsebene von nur 15x15 Pixel wurde auf die Störpeak-Analyse verzichtet.

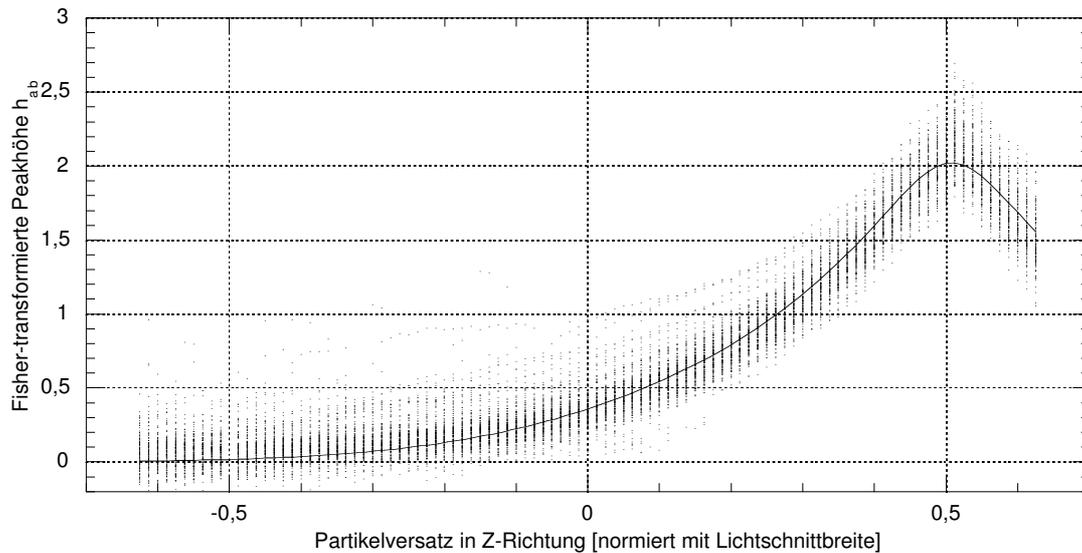


Abbildung 4.3: Transformiert man den Korrelationskoeffizienten von bivariant normalverteilten Signalen mit der Fisher-Transformation, so sind die Varianzen unabhängig von der Höhe der Korrelation. Da dies auch sehr gut für die gemessenen Peakhöhen zutrifft, kann man davon ausgehen, daß die Verteilung der Grauwerte einer Normalverteilung ähnelt.

Da an den erhaltenen Rohdaten der Auswertung keine weitere Veränderungen vorgenommen wurden (insbesondere keine Ausreißer eliminiert wurden) führt die Berechnung von Mittelwerten und Standardabweichungen zu unsinnigen Ergebnissen. Deswegen wurde in den folgenden Diagrammen die Häufigkeiten der gemessenen D_Z zu jedem gegebenen D_Z als Grauwertverteilung aufgetragen, wodurch man auch gut einen Eindruck über die Art der Fehler gewinnen kann (Abb. 4.5 und Abb. 4.6)

Diese Ergebnisse stimmen recht gut mit den Simulations-Ergebnissen aus dem vorigen Kapitel überein. Insbesondere zeigen sich auch hier wieder die Vorteile der neuen Auswertung gegenüber der alten.

4.3 Zusammenfassung

Die Messungen an den eingegossenen Partikeln beweisen, daß man mit dem Zwei-Ebenen PIV-Verfahren unter realen Bedingungen die Partikelverschiebungen korrekt bestimmen kann. In Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen liefert das neue Auswerteverfahren genauere Ergebnisse als das alte.

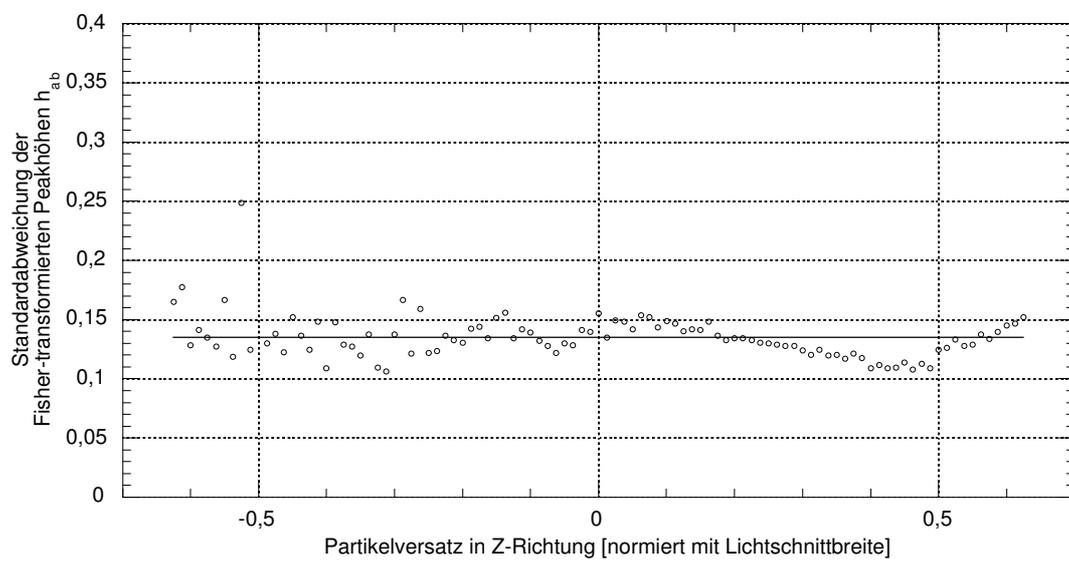


Abbildung 4.4: Die Standardabweichung der Fisher-transformierten Peakhöhen ist überall nahezu gleich groß. Im Mittel beträgt sie hier 0,135

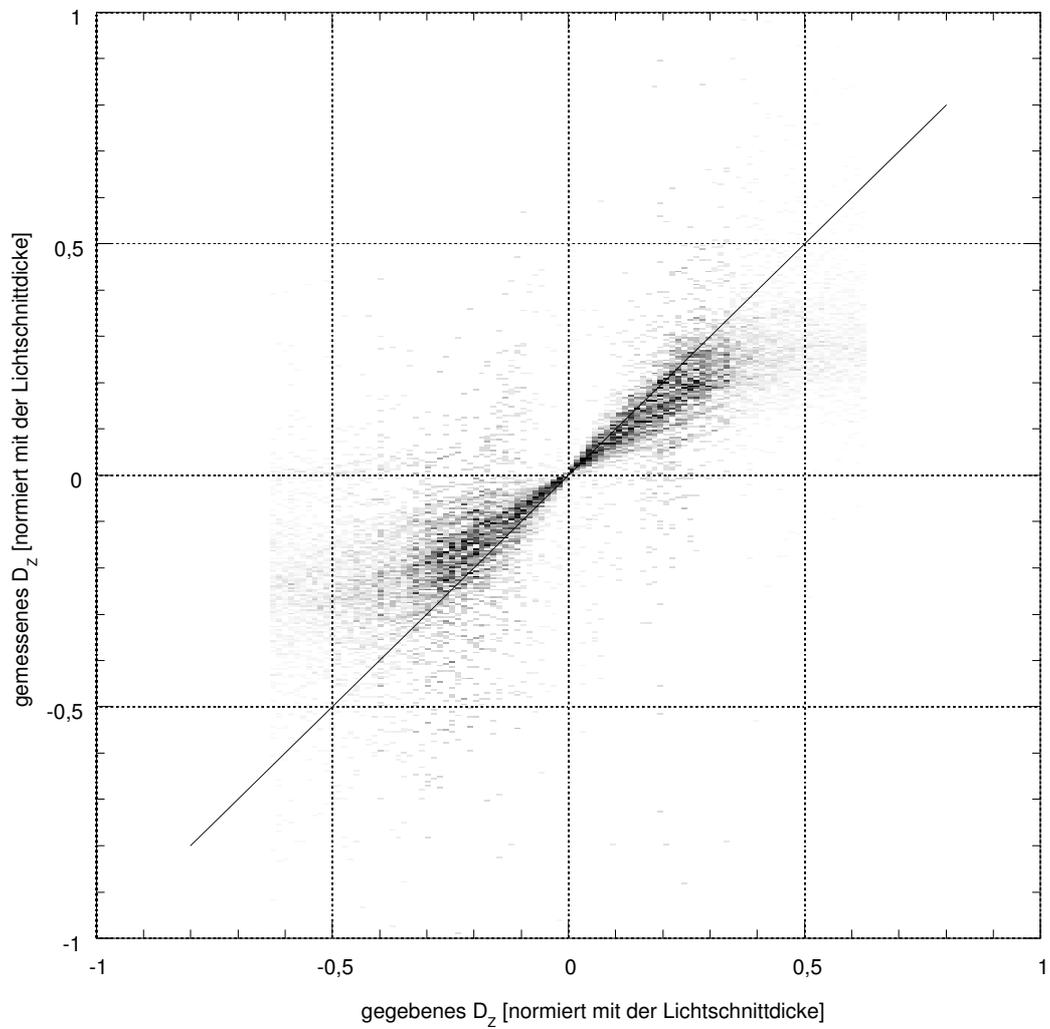


Abbildung 4.5: Auswertung von 100 Zwei-Ebenen-PIV-Experimenten, die durch Verschieben von eingegossenen Partikeln simuliert wurden. Aus den erhaltenen Peakhöhen wurde hier mit der alten Formel der Z-Partikel-Versatz D_z bestimmt. Aufgetragen ist die erwartete Gerade und die die Häufigkeiten der gemessenen D_z als Grauwerte. Wie auch schon in den Simulationen im vorigen Kapitel zu sehen war, führt diese alte Auswertung zu systematisch zu kleinen Werten.

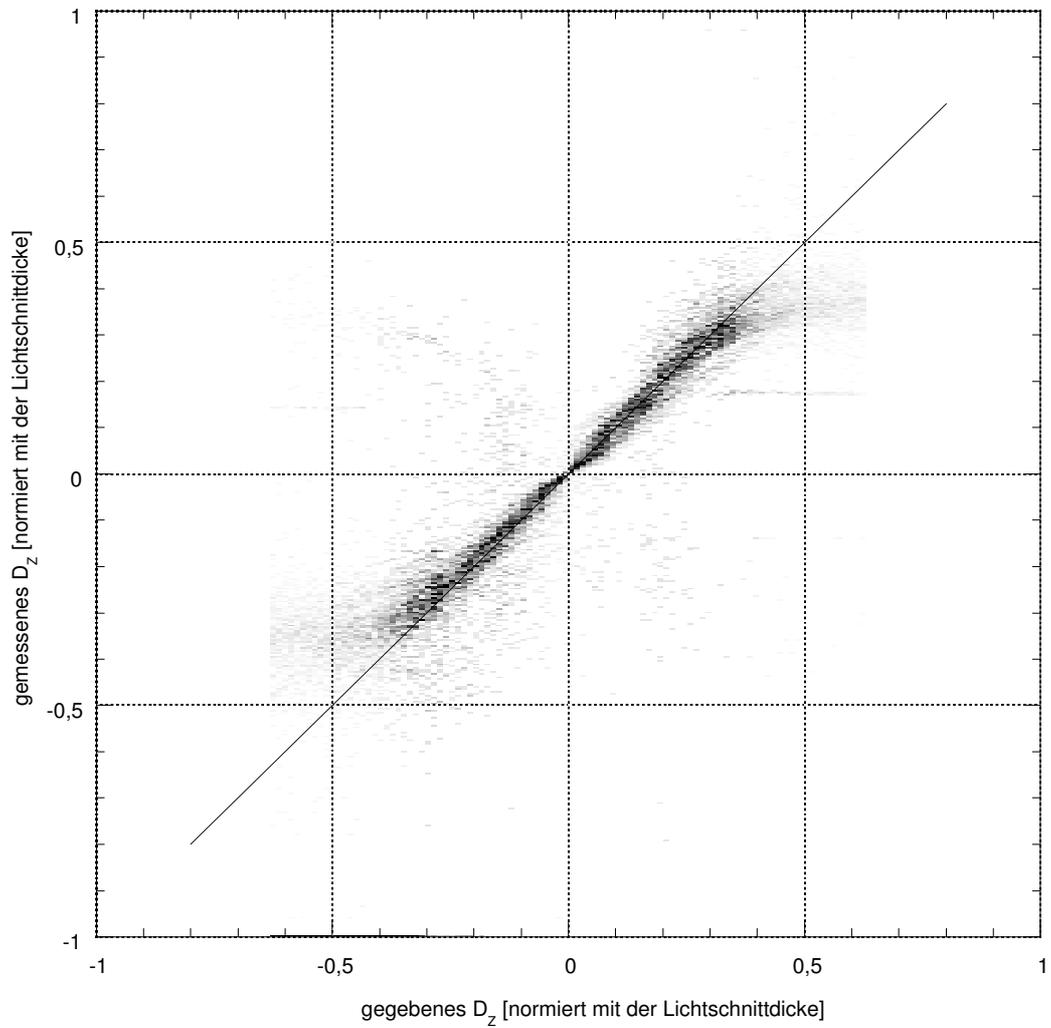


Abbildung 4.6: gleiche Auftragung wie in Abb. 4.5 nur mit den Ergebnissen der neuen Auswertung. Wie man sieht, werden dadurch die statistischen Fehler kleiner, und die systematischen verschwinden fast vollständig.

5 Messungen in Luftströmungen

Alle bisher erfolgreichen Zwei-Ebenen-PIV-Messungen (z.B.: [14], [18]) wurden in Wasserströmungen unter Verwendung von silberbeschichteten hohlen Glaskügelchen als Partikel und Dauerstrichlasern zur Erzeugung des Lichtschnittes durchgeführt. PIV-Messungen in Luft stellen ungleich höhere Anforderungen an den experimentellen Aufbau. Als erstes benötigt man andere Partikel. Da es keine Partikel gibt, die dieselbe Dichte wie Luft haben, muß man hier besonders kleine Partikel benutzen, damit das Folgeverhalten gut genug ist. Das hat verschiedene Konsequenzen: Erstens sind so kleine mit reflektierendem Material beschichtete Partikel nicht erhältlich, so daß man auf „durchsichtige“ Partikel, z.B. Öltröpfchen ausweichen muß. Deren Streueigenschaften werden durch die Mie-Streuung beschrieben, was die in Kap. 2.1.1 beschriebenen Schwierigkeiten mit sich bringt. Zweitens streuen diese kleinen Partikel nur einen sehr geringen Teil des Lichts in Richtung der Kamera, so daß sehr starke Laser verwendet werden müssen. Hinzu kommt noch, daß die auftretenden Strömungsgeschwindigkeiten in Luft um ein wesentliches größer sind als die in Wasser, was sehr kurze Belichtungszeiten und somit nochmals eine höhere Laserleistung erfordert. Ebenso muß die Zeitdifferenz Δt zwischen zwei Aufnahmen sehr klein gewählt werden, was die Verwendung von sehr schnellen Kameras notwendig macht.

5.1 Erforderliche Komponenten

5.1.1 Partikel

Als Partikel wurden Olivenöltröpfchen mit einem mittleren Durchmesser von ca. $1\ \mu\text{m}$ gewählt. Ein Partikelgenerator, der mit Laskin-Düsen zur Zerstäubung des Öls arbeitet, stand dafür zur Verfügung. Das Folgeverhalten dieser Partikel ist sehr gut und wurde ausführlich in [20] untersucht. Außerdem verursachen Olivenöltröpfchen keine zusätzlichen Kosten und sind gesundheitlich nicht so bedenklich. (Festkörperpartikel, z.B. Polymethylenmelaminpartikel kosten pro Gramm ca. 300,- DM)

5.1.2 Laser

Für die hohen erforderlichen Beleuchtungsenergien kommen nur Puls-Laser in Frage. Es standen hier frequenzverdoppelte Nd:YAG (Neodym Yttrium Aluminum Granat) - Laser mit einer Energie von 150 mJ bzw. 300 mJ pro Puls (ca. 4 ns lang) bei einer Wellenlänge von 532 nm zur Verfügung. Da die Wiederholrate eines einzelnen Lasers nur in der Größenordnung von 10 Hz bis 20 Hz liegt, die Zeitdifferenz Δt zwischen den Aufnahmen aber üblicherweise im Bereich von $10\ \mu\text{s}$ bis ca. $200\ \mu\text{s}$

liegen muß, ist es notwendig, für jede Aufnahme innerhalb einer Messung einen separaten Laser zu verwenden. D. h. für die drei Bilder, die für eine Zwei-Ebenen-PIV-Messung benötigt werden, braucht man auch drei Laser, deren Strahlen dann geeignet kombiniert werden müssen. Um diese Kombination verlustfrei durchzuführen, werden die Laserstrahlen üblicherweise mit unterschiedlicher Polarisierung über einen polarisationsabhängigen Spiegel kombiniert.

Ein gravierender Nachteil der verwendeten Laser war das schlechte Strahlprofil (Abb. 5.1). Da dieses bei dem konventionellen PIV fast keine Rolle spielt, sind diese Laser vor allem auf hohe Ausgangsleistung optimiert.

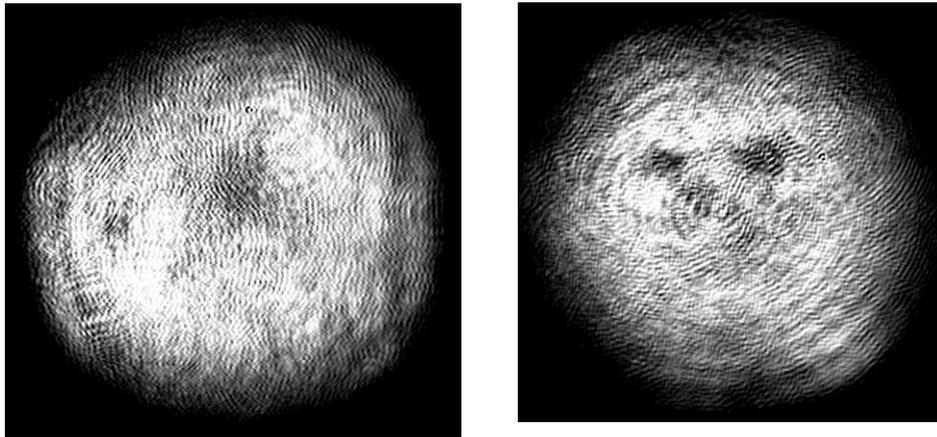


Abbildung 5.1: Strahlprofile von zwei der verwendeten Nd:YAG-Laser im Nahfeld (ca. 50 cm Abstand vom Auskoppelspiegel)

Um überhaupt quantitative Aussagen über das Strahlprofil machen zu können, mußte eine geeignete Meßmethode gefunden werden. Ein dazu entwickeltes Gerät wird im übernächsten Abschnitt vorgestellt.

5.1.3 „Bereinigung“ des Laserstrahlprofiles

Da für das Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren zumindest ein „glattes“ Strahlprofil ohne lokale Minima, besser aber noch ein gaußförmiges Profil erforderlich ist, mußte das Strahlprofil nachträglich bereinigt werden. Dies ist bei Puls-Lasern ein sehr schwieriges Unterfangen. Eine Standardmethode, mit zwei Linsen und einer sehr feinen Lochblende ein räumliches Tiefpaßfilter (Abb. 5.2) zu realisieren und dieses in den Strahl zu bringen, scheidet bei Puls-Lasern mit so hohen Energien aus, da es nicht möglich ist, den Laserstrahl zu fokussieren, ohne daß im Fokuspunkt ein Funkenüberschlag stattfindet. Die einzige Möglichkeit wäre hier, den Bereich zwischen den Linsen zu evakuieren und eine Lochblende aus Spezialkeramik zu verwenden, die diese hohen Energiedichten verträgt. Leider war es nicht möglich, ein solches Vakuum-Raumfrequenzfilter als Fertiggerät zu erstehen, zumal ja auch die Linsen mit einer für die Laserwellenlänge (532 nm) passenden Antirefleksionsbeschichtung versehen werden müßten,

damit sie nicht vom Laserstrahl zerstört werden. Der Selbstbau scheidet hier wegen der erforderlichen Präzision aus, da die Lochblende einen Durchmesser von nur wenigen Mikrometern haben und dementsprechend auf Bruchteile von Mikrometern genau positioniert werden müßte.

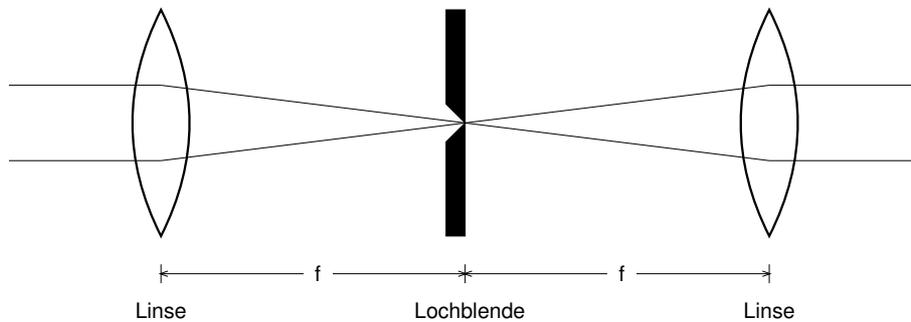


Abbildung 5.2: Räumliches Tiefpaßfilter zur „Bereinigung“ von schlechten Strahlprofilen. Leider scheidet diese Methode für Nd:YAG-Laser aus, da bei den verwendeten hohen Energien ein Funkenüberschlag im Fokuspunkt stattfindet.

Eine andere Standardmethode, um bei Puls-Lasern das Profil zu verbessern, ist, eine Lochblende (deren Durchmesser in der Größenordnung des Strahldurchmessers liegt) in den Resonator des Lasers einzubringen. Durch dieses Verfahren können die hohen Raumfrequenzen ebenfalls eliminiert werden, da sie sich dann nicht mehr im Resonator ausbreiten können. Leider war dies bei den verwendeten Lasern auch nicht möglich, da dort der Resonator komplett gekapselt und außerdem so kompakt konstruiert ist, daß dort kein Platz für eine solche Lochblende ist.

Sehr neu auf dem Markt sind holographische Raumfrequenzfilter („Holographic Nonspatial Filter“), die auf dem Prinzip der Bragg-Reflektion basieren und einen Wirkungsgrad von bis zu 90% haben. Da diese Filter nur die hohen Raumfrequenzen in einer Dimension beseitigen, müssen davon zwei hintereinander geschaltet werden. Leider sind diese Filter bisher nur für eine Wellenlänge von 632,8 nm zu erwerben.

Eine Methode, die bei Excimer-Lasern im Laserlabor Göttingen erfolgreich zur Strahlbereinigung verwendet wird, besteht darin, mit einem Gitter von Mikrolinsen aus sehr vielen Stellen des Laserstrahls ein kleines Rechteck „auszuschneiden“ und alle diese Rechtecke übereinander zu projektieren. Durch die Mittelung über all diese Rechtecke entsteht dann ein fast perfektes rechteckiges Strahlprofil. Leider beschränkt sich dieses sehr gute Strahlprofil nur auf den Fokuspunkt, davor und dahinter laufen die einzelnen Rechtecke wieder auseinander, so daß dieses Verfahren für die Herstellung eines Lichtschnittes ungeeignet ist.

Die einzige Möglichkeit, die blieb, war die Ausbreitung des Laserstrahls über eine große Entfernung. Nach einem Laufweg von etwa 8 m - 10 m sind die hohen Raumfrequenzen abgeklungen, und es bleibt ein relativ glattes gaußähnliches Profil übrig. Der Nachteil dieser Methode ist sofort ersichtlich: Zum einen nimmt der Aufbau sehr viel Platz ein, und zum anderen führt die Strahlrichtungsinstabilität des Lasers, die bei einigen microrad liegt, in dieser Entfernung schon zu signifikanten Fehlern. Die Spezifikation des Lasers läßt pro Meter Lauflänge eine seitliche Unsicherheit von ca. 0,1 mm zu. In 8 m

Entfernung hat man demnach eine Unsicherheit von 0,8 mm, was bei einer Lichtschnittdicke von ca. 1 mm dazu führt, daß der seitliche Abstand zweier Lichtschnitte (der für die Zwei-Ebenen-PIV-Technik eine sehr wichtige Größe ist) von Puls zu Puls viel zu stark variiert. Die Form des Profils variiert übrigens auch, wenn auch nicht so stark. Da sich diese Variation nicht verhindern läßt, muß bei jeder Messung simultan die Position und Form der Lichtschnitte bestimmt werden. Bei sehr schlechter Lage der Lichtschnitte muß die Messung verworfen werden. Wenn sie innerhalb eines Toleranzbereiches liegen, können die Bilder ausgewertet werden, wobei allerdings die gemessenen Lichtschnittpositionen und -formen berücksichtigt werden müssen.

5.1.4 Messung des Laserstrahlprofils

Um quantitative Aussagen über die Qualität des Laserstrahlprofils machen zu können, wurde das Strahlprofil mit einer CCD-Kamera aufgenommen: Mit einer ausreichend dicken Glasplatte wird ein kleiner Teil des Laserlichtes ausgekoppelt (die Glasscheibe muß dabei so dick sein, daß das an ihrer Rückseite reflektierte Licht ausgeblendet werden kann). Dieses ausgekoppelte Licht wird durch eine Reihe von Neutralsichtfiltern weiter abgeschwächt und fällt dann direkt auf den CCD-Sensor (Abb. 5.3). Das Videosignal von dem CCD-Sensor wird dann mit einem Framegrabber digitalisiert und auf dem Bildschirm dargestellt.

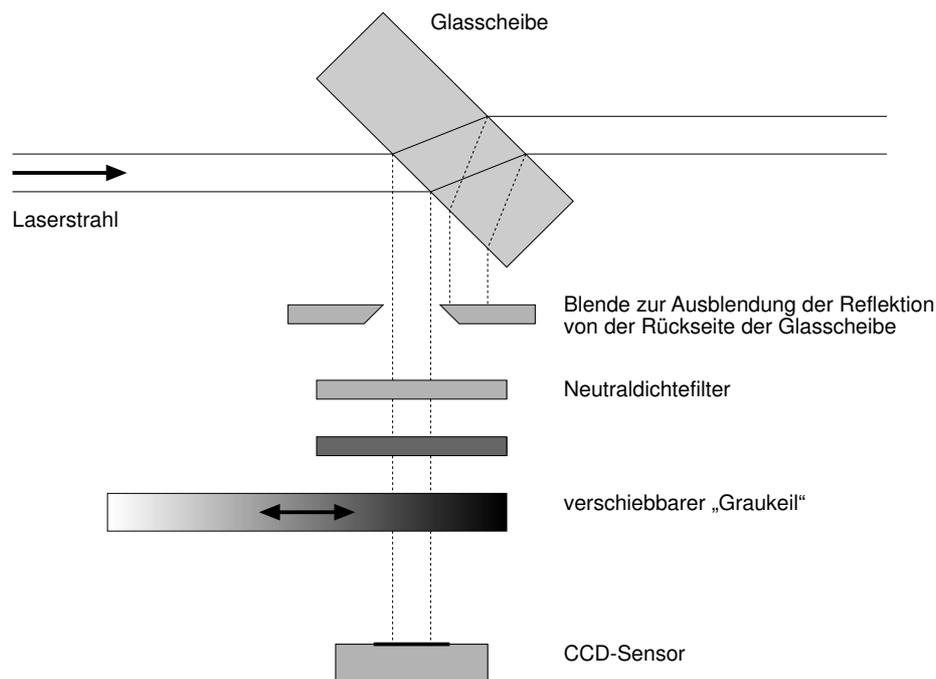


Abbildung 5.3: Zur Messung des Laserstrahlprofils wird ein kleiner Teil des Lichtes mit einer Glasplatte ausgekoppelt, durch Neutralsichtfilter weiter abgeschwächt und dann mit einem CCD-Sensor aufgenommen

Für die simultane Messung des Lichtschnittprofils während eines Zwei-Ebenen-PIV-Experiments kann

auch eine einzelne CCD-Zeile eingesetzt werden, da sie sich leichter extern triggern läßt. Die erzeugten Spannungen werden dann mit einem Speicheroszilloskop aufgenommen und über die serielle Schnittstelle zum Rechner übertragen.

5.1.5 Videokamera

Für die Aufnahme der PIV-Bilder bei einer Zwei-Ebenen-PIV-Messung wird eine Videokamera benötigt, die sehr schnell hintereinander 3 Bilder aufnehmen kann. Mit einer einfachen Videokamera kann man kurz hintereinander zwei Bilder aufnehmen, indem man die Belichtungszeit auf 20 ms einstellt (das ist die übliche Einstellung bei Videokameras) und dann den ersten Blitz kurz vor dem Ende der Belichtungszeit für das erste Bild und den zweiten Blitz gleich am Anfang der Belichtungszeit für das zweite Bild positioniert (Abb. 5.4). Am Ende der jeweiligen Belichtungszeit wird das integrierte Bild innerhalb von wenigen Mikrosekunden in einen Zwischenspeicher geschoben und von dort ausgelesen – was die zeitliche Verzögerung des Videosignals zum eigentlichen Bild erklärt. Bei einer normalen

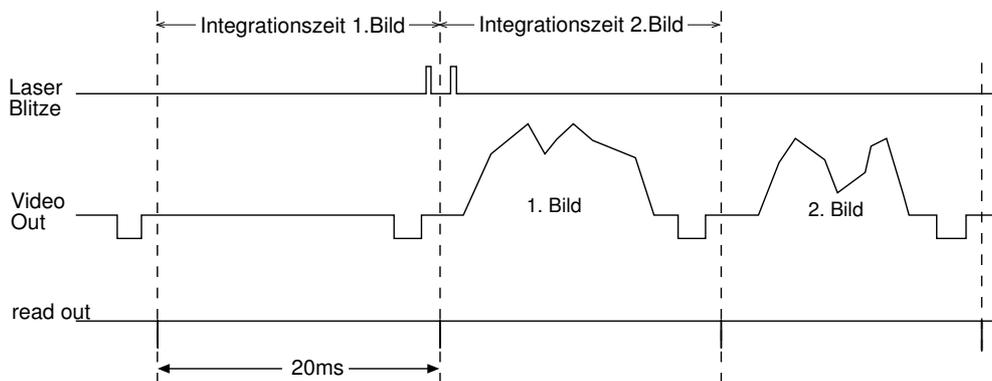


Abbildung 5.4: Aufnahme von zwei kurz hintereinander folgenden Bildern mit einer gewöhnlichen Videokamera

Videokamera können mit dieser Technik übrigens nur Halbbilder aufgenommen werden (ein Vollbild besteht hier aus zwei Halbbildern, von denen das erste die ungeraden Zeilen (1,3,5,...) und das zweite die geraden Zeilen (2,4,6,...) enthält).

Drei Bilder lassen sich allerdings nicht mit dieser Technik aufnehmen, so daß der Einsatz eines zweiten CCD-Chips notwendig wird. Eine Kamera mit zwei CCD-Chips war bereits vorhanden (Abb. 5.5), bei der „nur“ noch die Elektronik geändert werden mußte, so daß sie nach folgendem Prinzip drei Bilder aufnehmen konnte: CCD-Sensor 1 wird im sogenannten „Shutter“-Modus betrieben, bei dem das Signal zur Übertragung des Bildes in den Zwischenspeicher des CCD-Sensors („read out“) jederzeit gegeben werden kann. CCD-Sensor 2 läuft im normalen „Continuous“-Modus, bei dem das „read out“-Signal an den Bildwechsel gekoppelt ist.

Der erste Blitz belichtet CCD-Sensor 1 und CCD-Sensor 2 gleichermaßen. Das Bild vom CCD-Sensor 1 wird in den Zwischenspeicher geschoben (und von dort später übertragen), und CCD-Sensor 2 wird mittels der zusätzlich angebrachten Elektronik gelöscht. Anschließend nimmt CCD-Sensor 2 mit der

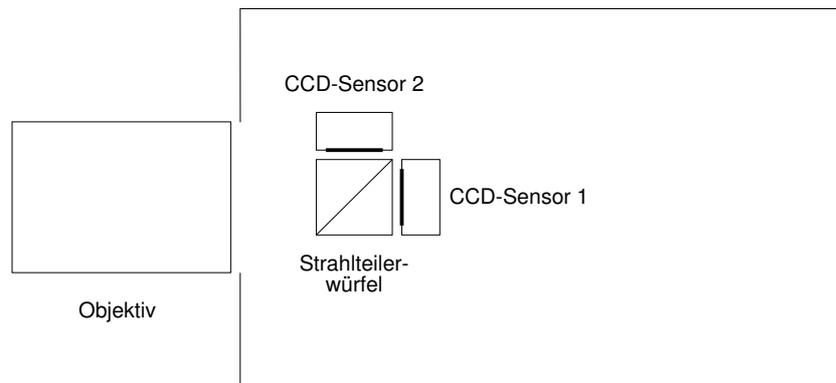


Abbildung 5.5: Video Kamera mit zwei CCD-Sensoren zur Aufnahme von 3 kurz aufeinander folgenden Bildern. Die Bilder von CCD-Sensor 2 sind seitenverkehrt und müssen später im Rechner gespiegelt werden

oben vorgestellten Methode Bild 2 und Bild 3 auf. Das genaue Ablauf-Diagramm wird im nächsten Abschnitt im Rahmen des Wirbelring-Experimentes vorgestellt.

Mechanisch war es nicht möglich, die beiden CCD-Sensoren so auszurichten, daß die aufgenommenen Bilder exakt gleich waren. Sie wiesen immer eine Verschiebung und auch eine Verdrehung gegeneinander auf. Mit der Aufnahme von ruhenden Partikeln läßt sich durch eine PIV-Auswertung die Verdrehung und Verschiebung der Sensoren gegeneinander recht genau bestimmen (eine solche Auswertung ist z.B. in Abb. 5.19 zu sehen). Es wird dann eine Transformationsmatrix bestimmt, die dieses Verschiebungsfeld repräsentiert. Mit dieser Matrix können dann die mit dem „verdrehten“ Sensor aufgenommenen Bilder entzerrt werden:

$$\begin{pmatrix} x_w \\ y_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

(x, y) beschreibt dabei die Position eines Pixels im Koordinatensystem des verdrehten Sensors und (x_w, y_w) seine Position im Koordinatensystem des Referenzsensors.

Versuche, diese Korrektur-Abbildung bereits vor der PIV-Auswertung an den digitalisierten Bildern vorzunehmen, führten leider nicht zu befriedigenden Ergebnissen. Die Tatsache, daß die transformierten Pixel im gedrehten Bild teilweise auf und teilweise zwischen den neuen Pixeln landen, führte zu deutlich sichtbaren Artefakten. Einen Eindruck über die Art dieser Artefakte erhält man aus Abb. 5.6. Diese Artefakte waren dann auch in den ausgewerteten PIV-Messungen zu sehen und machten sich vor allem durch eine starke Reduktion der Peakhöhe in den „verschmierten“ Bereichen bemerkbar. Die PIV-Auswertungen müssen also mit den unentzerrten Bildern vorgenommen werden. Da jedoch während der Auswertung von einem gefundenen Peak auf die Positionen der Peaks in den anderen beiden Korrelationen geschlossen wird (Kap. 2.2.8), müssen die Entzerrungsmatrizen schon während der Auswertung bekannt sein und die Peakpositionen für die einzelnen Korrelationen entsprechend korrigiert werden.

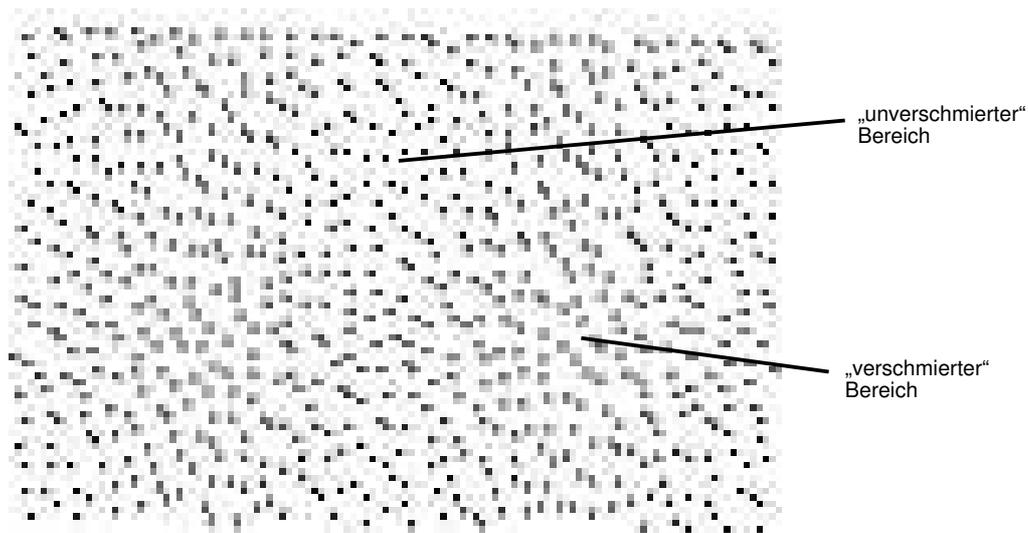


Abbildung 5.6: Artefakte bei der Rotation eines digitalisierten Bildes um 1 Grad. Das Ursprungsbild enthielt einzelne schwarze Pixel. Diese Pixel landen nach der Rotation teilweise auf den neuen Pixeln („unverschmierte Bereiche“) und teilweise zwischen den neuen Pixeln („verschmierte Bereiche“).

5.2 Messungen an eingegossenen Partikeln mit einem Puls-Laser

Als erster Schritt zu Analyse der veränderten Bedingungen bei der Verwendung von Puls-Lasern zur Erzeugung des Lichtschnittes sollte eigentlich wieder eine Referenzmessung an eingegossenen Partikeln stehen. Leider führten die sehr hohen auftretenden Energien im Puls-Laser-Lichtschnitt zu einer partiellen Zerstörung des Plexiglasses, so daß von weiteren Messungen abgesehen werden mußte.

5.3 Wirbelring in Luft

Ein Wirbelring ist eine sehr einfach zu reproduzierende instationäre Strömung und bietet sich daher für die Analyse eines neuen Meßverfahrens an. Schon bei den ersten Versuchen mit dem Zwei-Ebenen PIV-Verfahren wurde ein Wirbelring benutzt [14], so daß auch hier wieder die Wahl auf diese Strömung fiel. Wegen der Rotationsymmetrie des Problems ist es bei diesen Experimenten auch leicht möglich, zumindest eine Abschätzung für die statistischen Fehler zu machen.

5.3.1 Versuchsaufbau

Der komplette Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Im folgenden sollen kurz die einzelnen Komponenten beschrieben werden:

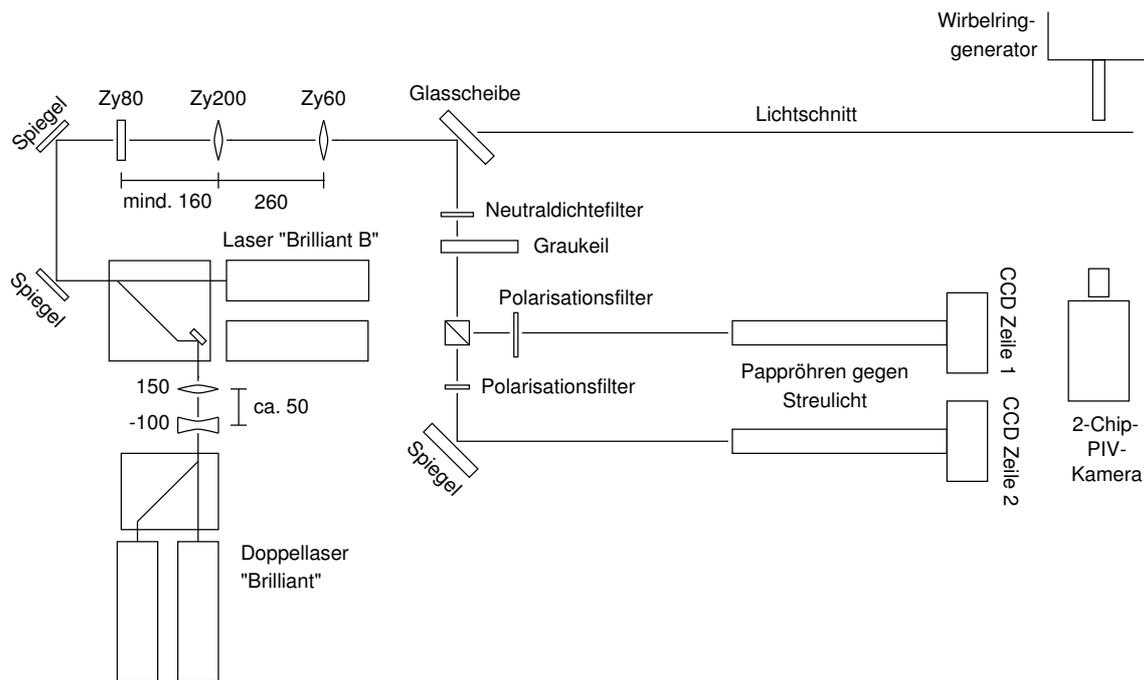


Abbildung 5.7: Versuchsaufbau bei der Aufnahme eines Wirbelringes in Luft: Mit drei frequenzverdoppelten Nd:YAG Puls-Lasern werden die drei benötigten Lichtpulse erzeugt und durch geeignete Kombinationsoptik auf denselben Strahlengang geführt (der dritte leicht versetzt). Mittels dreier Zylinderlinsen werden die Strahlen zu einem Lichtschnitt aufgeweitet. Zur simultanten Messung des Lichtschnittprofils und der -position wird ein Teil des Lichtes ausgekoppelt, über Neutraldichte-Filter abgeschwächt und über Polarisationsfilter auf zwei CCD-Zeilen verteilt. Im Meßvolumen wurde ein Wirbelring erzeugt, dessen Hauptebene sich beim Auftreten der drei Blitze in einem einstellbaren Abstand zur Lichtschnittebene befindet. Die Partikel, die der Wirbelring-Störung folgen, werden mit der 2-Chip-Kamera auf drei Bildern aufgenommen.

Laser

Als Laser standen vier frequenzverdoppelte Nd:YAG Puls-Laser der Firma Quantel zur Verfügung, von denen jeweils zwei zusammen mit einer Strahlvereinigungsoptik auf einer optischen Bank montiert sind (Abb. 5.8). Der erste dieser Doppellaser, Typ „Brilliant“, vereinigt die Strahlen bereits im infraroten Bereich. Zur verlustfreien Vereinigung wird die Polarisationsrichtung des einen Strahls um 90° gedreht. Mit einem schaltbaren Rotator wird dieser Strahl anschließend wieder zurück gedreht, damit beide Strahlen mit derselben Polarisationsrichtung durch den Frequenzverdoppler gehen. Hinter dem Frequenzverdoppler ist noch ein frequenzselektiver Spiegel angebracht um die Reste der infraroten Strahlung herauszufiltern. Diese beiden Laser liefern bei 532 nm eine Ausgangsleistung von ca. 150 mJ pro Puls. Beide Pulse sind vertikal polarisiert.

Von dem zweiten Doppellaser, Typ „Brilliant B“ wird nur ein Laser benutzt. Anstelle des anderen werden die beiden Pulse des „Brilliant“ eingekoppelt. Vor dieser Einkoppelung wird die Strahldivergenz des „Brilliant“ mit einer Kombination aus Streu- und Sammellinse an die des „Brilliant B“ angepaßt.

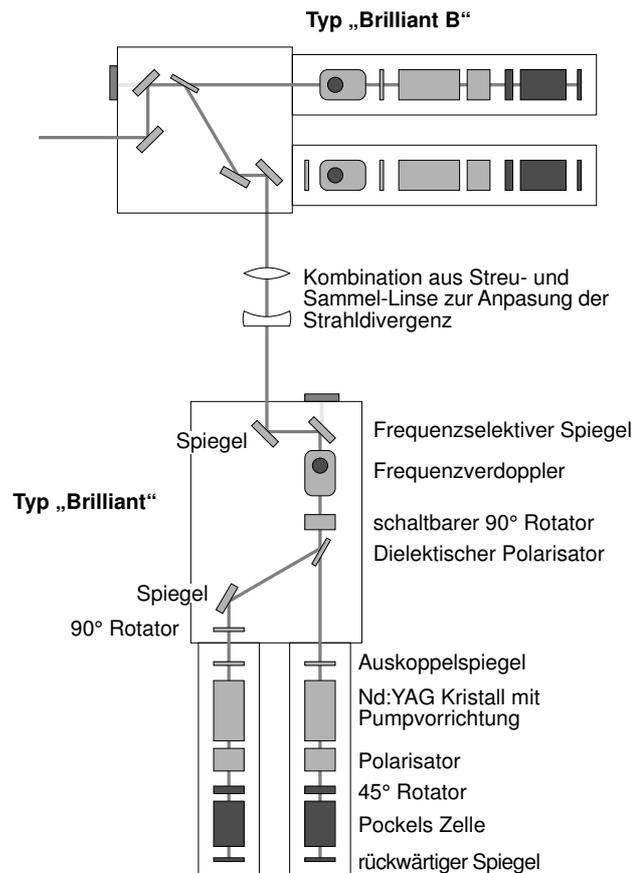


Abbildung 5.8: Strahlvereinigung der Puls-Laser: Statt des vertikal polarisierten Lichtpulses von „Brilliant B“ werden die beiden vertikal polarisierten Pulse von „Brilliant“ mittels eines Spiegels in die Strahlvereinigungsoptik eingekoppelt

Lichtschnitt

Die Erzeugung des Lichtschnittes erfolgt mittels dreier Zylinderlinsen. Die erste weitet den Strahl horizontal auf. Die zweite und dritte bilden ein Teleskop, das zur Verringerung der Lichtschnittbreite dient. Obwohl hinter der ersten Zylinderlinse der Strahl fokussiert wird, tritt hier kein Überschlag auf, da der Strahl nicht auf einen Punkt sondern auf eine Linie fokussiert wird. Die Energiedichte reichte bei den verwendeten 150 mJ pro Puls gerade eben noch nicht aus, die Luft zu ionisieren.

Für den Versatz des dritten Lichtschnittes relativ zu den ersten beiden war hier im Gegensatz zu Messungen mit einem Dauerstrichlaser keine zusätzliche Apparatur vonnöten. Der Versatz konnte einfach durch eine leichte Dejustierung der Strahlvereinigungsoptik erreicht werden.

Lichtschnittprofilanalyse

Die parallele Aufnahme des Strahlprofils bei jeder Messung erfolgt hier mit zwei CCD-Zeilen, da nur ein eindimensionales Profil erforderlich ist. Durch Polarisationsfilter wird das ausgekoppelte Licht so auf die beiden CCD-Zeilen verteilt, daß die erste nur das vertikal polarisierte Licht (die beiden Pulse des „Brilliant“) und die zweite nur das horizontal polarisierte Licht (den Puls des „Brilliant B“) sieht.

Die Elektronik zu einer solchen CCD-Zeile besitzt einen „read out“ Eingang, mit dem man zu einem beliebigen Zeitpunkt den Transfer der bis zu diesem Zeitpunkt integrierten Ladungen der CCD-Elemente in den Zwischenspeicher auslösen kann. Anschließend werden die Ladungen mit einem vorgegebenen Takt als Spannungen am Ausgang zur Verfügung gestellt, die dann mit einem Speicheroszilloskop erfaßt und später über die serielle Schnittstelle zum Rechner übertragen werden.

Zur Aufnahme der zwei schnell aufeinanderfolgenden Strahlprofile des „Brilliant“ mit der ersten CCD-Zeile konnte hier das in Abschnitt 5.1.5 vorgestellte Verfahren angewandt werden.

Wirbelringgenerator

Der Wirbelringgenerator besteht aus einem Hohlraum, an dem zwei Baßlautsprecher angebracht sind (Abb. 5.9). Durch Anlegen einer Spannung an die Lautsprecher wird in dem Hohlraum ein Überdruck erzeugt. Die Luft strömt durch das Rohr, und am Rohrende löst sich ein Wirbelring ab. Um innerhalb des Hohlraumes die gleiche Anzahldichte von Partikeln zu erhalten wie außerhalb, wird der Verschußdeckel abgenommen und mittels des Ventilators Luft durch das Rohr in den Hohlraum gesaugt.

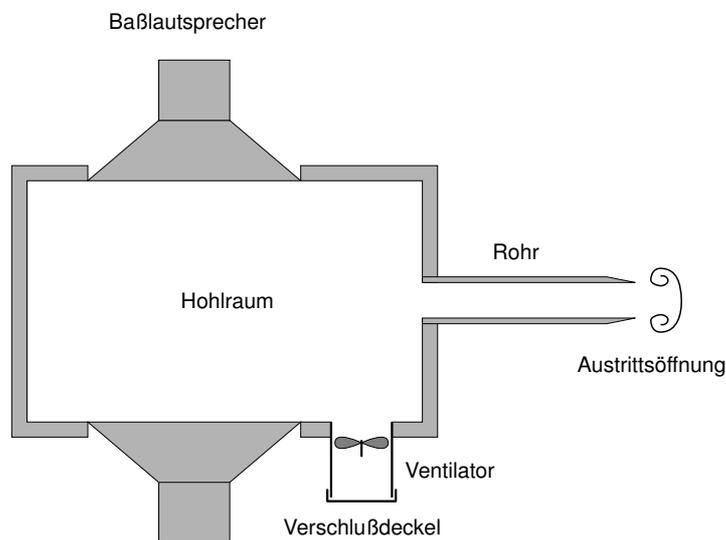


Abbildung 5.9: Wirbelringgenerator: Mittels zweier Baßlautsprecher wird ein Teil der Luft aus dem Hohlraum durch das Rohr herausbeschleunigt. Am Rohrende löst sich ein Wirbelring ab.

Kamera

Als Kamera wurde die im vorigen Kapitel vorgestellte 2-Chip-Kamera benutzt. Die beiden CCD-Sensoren haben eine Auflösung von 572x291 Pixeln, was für heutige Verhältnisse eher sehr unterdimensioniert erscheint. Da es sich hier aber vorwiegend um eine Machbarkeitsstudie handelt, war diese Auflösung ausreichend.

In Abb. 5.10 ist das genaue Ablauf-Diagramm für die Kamera aufgezeichnet. Da es nicht möglich war, den erforderlichen Löschimpuls für das CCD-Array des Sensors 2 separat zu erzeugen, wurde für diesen die Belichtungszeit auf $35 \mu\text{s}$ gesetzt, wodurch die Elektronik fortwährend Löschimpulse an das CCD-Array schickt („CCD2 Clear“). Der letzte dieser Löschimpulse wird $35 \mu\text{s}$ vor dem „read out“ erzeugt. Damit das kurz nach dem „read out“ aufgenommene Bild C nicht sofort wieder gelöscht wird, wurde an die Kamera ein weiterer Eingang „Disable CCD Clear“ angebracht, mit dem diese Löschimpulse bis zur Übertragung dieses Bildes in den Zwischenspeicher kurzgeschlossen werden können.

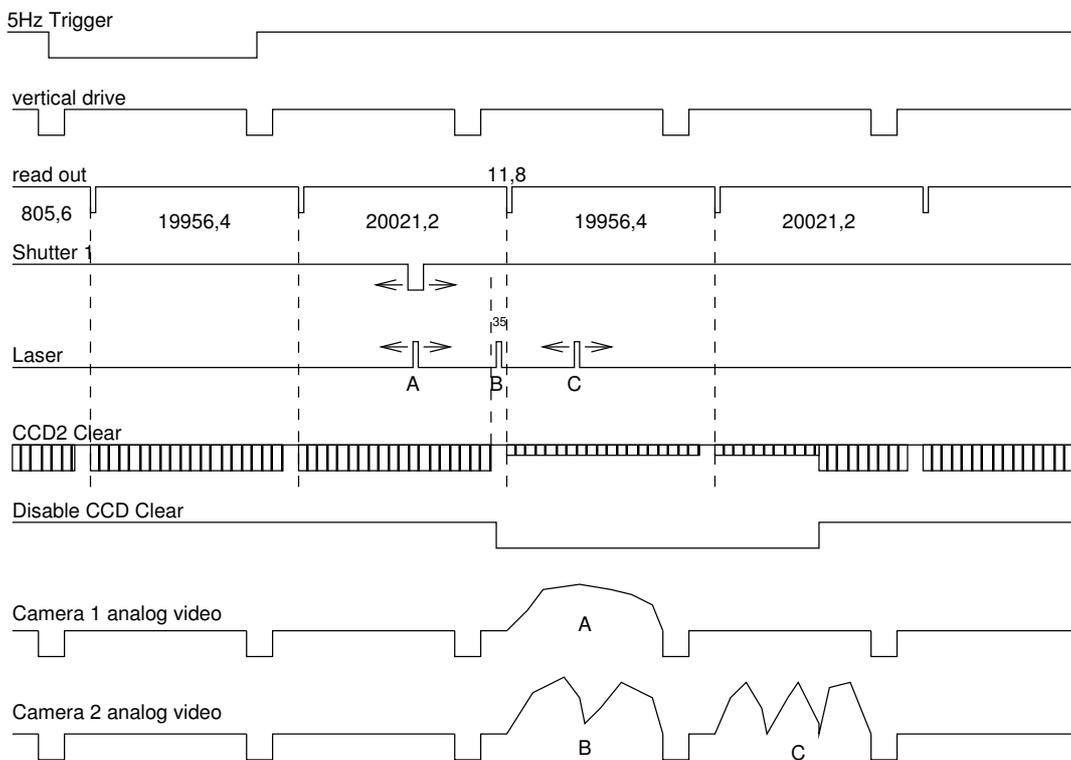


Abbildung 5.10: Ablauf-Diagramm für die Aufnahme von drei Bildern mit der 2-Chip Kamera

5.3.2 Durchführung

Die Synchronisation erwies sich als recht schwierig, da die Laser regelmäßig mit Synchronisationssignalen versorgt werden müssen, um ihre Arbeitstemperatur zu halten und reproduzierbare Ergebnisse

zu liefern, während andere Geräte nur einmal pro Experiment einen Impuls bekommen dürfen (z.B. der Wirbelringgenerator).

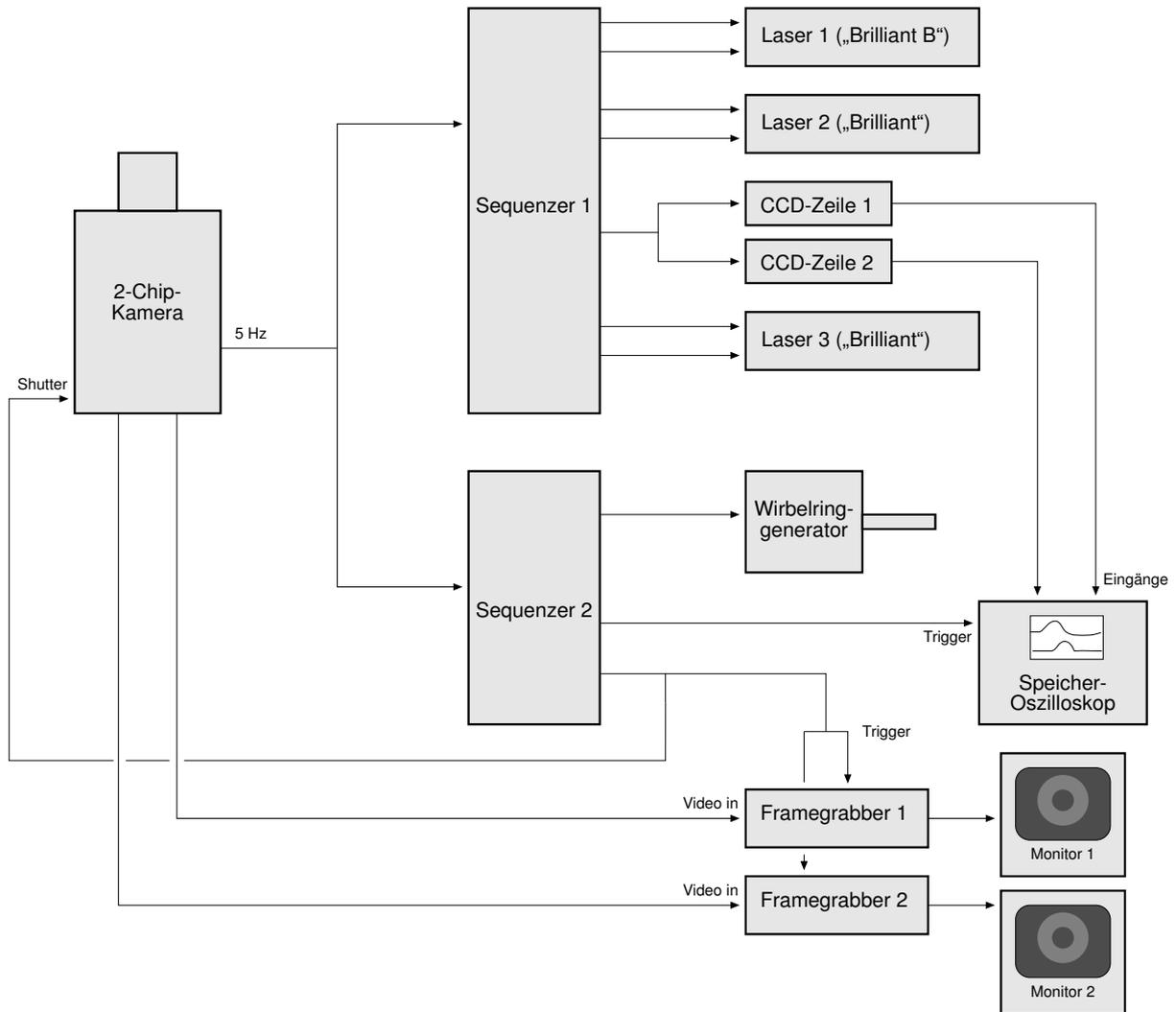


Abbildung 5.11: Vereinfachtes Schaltbild des Wirbelring-Experiments. Sequenzer 1 reagiert auf jeden Synchronisationsimpuls und erzeugt die Impulse an seinen Ausgängen. Sequenzer 2 reagiert nur auf den Synchronisationsimpuls, wenn er vorher „scharf“ gemacht wurde, und stoppt wieder nach dem Ablauf der Sequenz.

Das vereinfachte Schaltbild des Experimentes ist in Abb. 5.11 dargestellt. Als Taktgeber für die gesamte Synchronisation wird die Videokamera benutzt. Mit einem Zähler wird aus dem Videotakt (50 Hz) ein 5 Hz-Taktsignal gewonnen und an den Trigger-Eingang beider Sequenzer angelegt. Sequenzer 1 läuft im „restart mode“, d. h. er erzeugt nach jedem Triggersignal die programmierte Sequenz von Impulsen an seinen Ausgängen. Diese Sequenz löst nacheinander Laser 1, Laser 2, die CCD-Zeilen und den Laser 3 aus, wobei die Zeitpunkte so gewählt sind, daß zwischen Laserblitz 2 und Laserblitz 3 gerade ein

Bildwechsel bei der Kamera stattfindet. Diese Impulsfolge wird nach 100 ms noch einmal wiederholt, damit die Laser trotz des 5 Hz Synchronisationssignals mit den vorgeschriebenen 10 Hz laufen.

Sequenz 2 läuft im „single mode“, d.h. er muß erst „scharf“ gemacht werden, bevor er auf ein Triggersignal reagiert. Mit dem nächsten ankommenden Triggersignal führt er dann die Sequenz einmal aus und ignoriert anschließend wieder alle weiteren Triggersignale. Am Anfang dieser Sequenz wird der Wirbelringgenerator ausgelöst. Dann wird eine einstellbare Zeit gewartet, damit der Wirbelring sich ausbilden und den Lichtschnitt erreichen kann. Schließlich werden an das Oszilloskop, die Videokamera und die Framegrabber Triggersignale geschickt, die sie dazu veranlassen, die aktuellen Strahlprofile und Bilder aufzunehmen, bzw. „einzufrieren“.

Anschließend ist beliebig viel Zeit, auf dem Rechner die Programme zu starten, die die Daten über die serielle Schnittstelle von dem Speicheroszilloskop und über den ISA-Bus aus den Framegrabbern abrufen, um sie dann auf der Festplatte zu sichern.

5.3.3 Kalibrierung der Kamera

Um die Verdrehung und Verschiebung der beiden CCD-Sensoren gegeneinander zu messen, wurden als erstes Kalibrierbilder bei ruhender Luft mit dem kleinstmöglichen Pulsabstand $\Delta t = 25 \mu s$ aufgenommen. Für die Auswertung wurde eine Fenstergröße von 40x40 Pixel gewählt. Zur Anpassung der zweidimensionalen Gaußfunktion an den Korrelationspeak wurde die nichtlineare Levenberg-Marquardt-Anpassung und die Störpeakbreiten-Analyse benutzt (Abb. 5.12). Trotz alledem ist in dem Ergebnis mit bloßem Auge der sogenannte „Peak-locking“ Effekt zu erkennen: Die gemessenen Verschiebungen nehmen bevorzugt Werte in der Nähe von ganzen Zahlen an. Zur genaueren Analyse wurde jede gemessene Verschiebung als Punkt in das Diagramm in Abb. 5.13 eingetragen. In dieser Darstellung kann man ganz eindeutig die Häufung der gemessenen Verschiebungen bei den ganzzahligen Werten sehen.

Auch die Betrachtung der Peakhöhen (Abb. 5.14) zeigt ein relativ starkes Rauschen (sie sollten eigentlich alle gleich hoch sein).

Eine nähere Betrachtung der aufgenommenen Bilder fördert gleich den ersten Fehler zu Tage: Um aus den aufgenommenen Halbbildern wieder Vollbilder zu machen, hatte das Aufnahme-Programm einfach alle Bildzeilen verdoppelt. Daß dadurch die Partikelbilder und somit auch der Korrelationspeak in y-Richtung nicht mehr gaußförmig sein können, ist einzusehen. Eine einfache Halbierung der Bildhöhe (und dementsprechend auch die Halbierung der Abfragefensterhöhe) führte hier schon zu dem gewünschten Erfolg (Abb. 5.15 und 5.16).

Untersucht man die Bilder in x-Richtung auf Artefakte, so erkennt man bei genauerem Hinsehen, daß die Partikelbilder einseitig nach rechts „verschmiert“ sind (Abb. 5.17). Dieser Fehler, der offensichtlich aus der elektrischen Übertragung des Videosignals stammt, hat hier besonders starke Auswirkungen, da durch den Strahlteilerwürfel eines der Bilder spiegelverkehrt aufgenommen und auch spiegelverkehrt übertragen wird. Nach der Spiegelung im Rechner sind die Partikel dann nach links „verschmiert“.

Mit dem im Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Verfahren konnte dieser Effekt fast vollständig eliminiert werden. Die positiven Auswirkungen auf die gemessenen Verschiebungen sind in Abb. 5.18, Abb. 5.19 und Abb. 5.20 zu sehen.

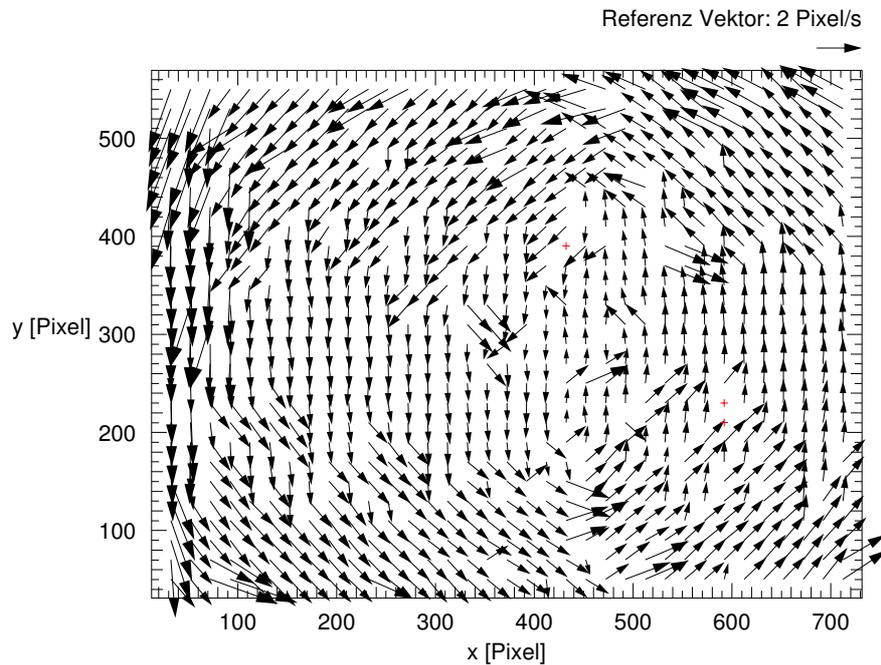


Abbildung 5.12: Erste Auswertung der Kalibrierbilder zur Bestimmung der Verdrehung der CCD-Sensoren gegeneinander (die mittlere Verschiebung wurde für diese Darstellung abgezogen). Man erkennt deutlich die systematischen Fehler: Die gemessenen Verschiebungen nehmen bevorzugt Werte in der Nähe von ganzen Zahlen an („Peak-locking“)

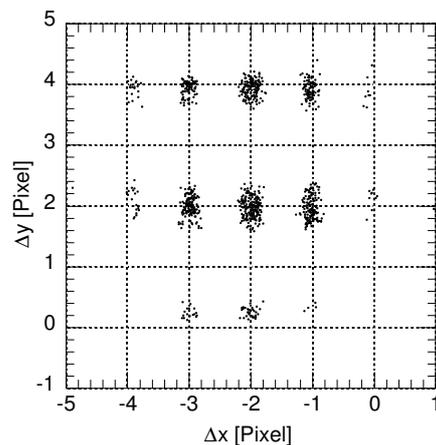


Abbildung 5.13: Jede gemessene Verschiebung aus Abb. 5.12 wurde als Punkt in dieses Diagramm eingetragen. Die Häufung bei den ganzzahligen Verschiebungen ist eindeutig zu erkennen. In y-Richtung liegen die Häufungspunkte sogar 2 Pixel auseinander

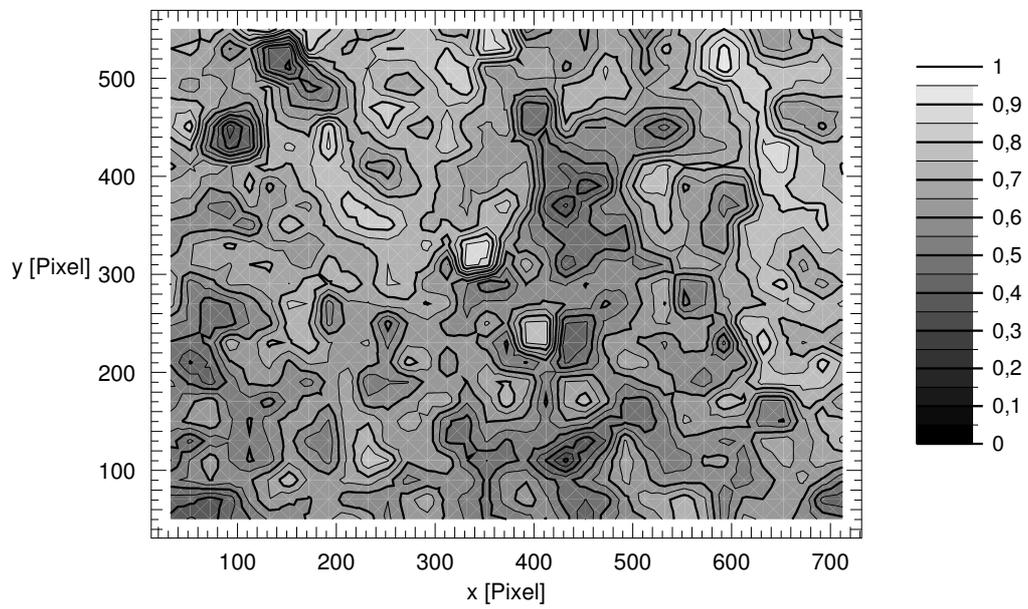


Abbildung 5.14: Die gemessenen Peakhöhen zu Abb. 5.12 zeigen ein relativ starkes Rauschen

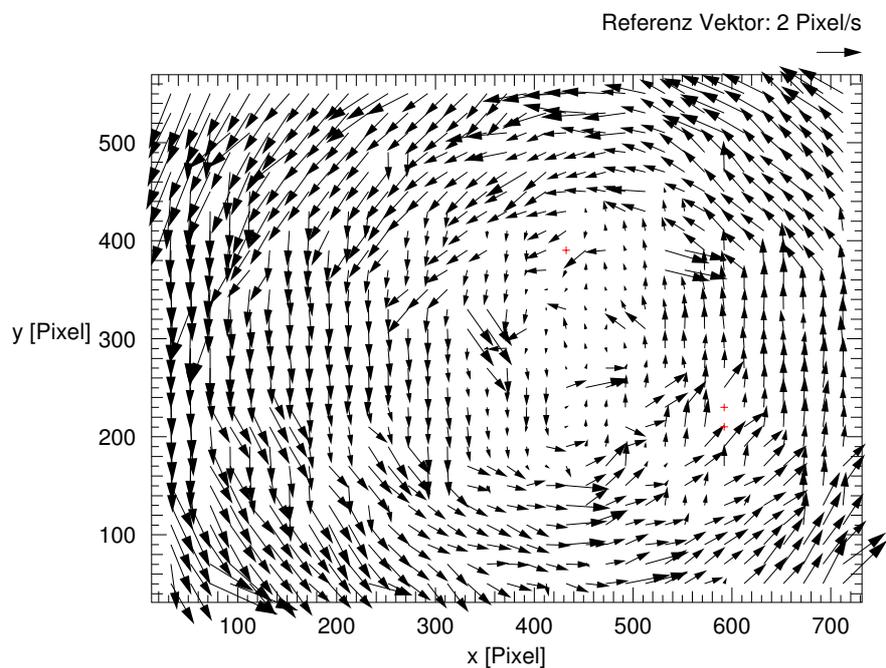


Abbildung 5.15: Der „Peak-locking“-Effekt in y-Richtung war durch die verdoppelten Bildzeilen zur Auffüllung des aufgenommenen Halbbildes entstanden. Durch Halbierung des Bildes und der Abfragefenster in y-Richtung konnten diese systematischen Fehler stark reduziert werden.

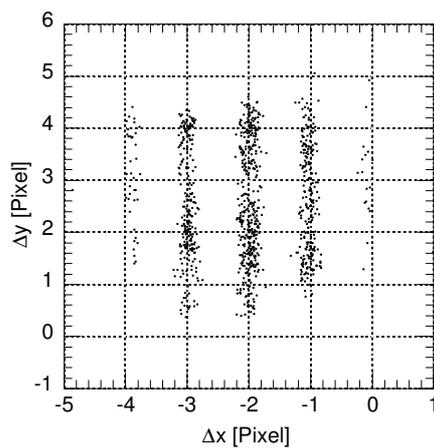


Abbildung 5.16: Nach dem Wegwerfen der doppelten Bildzeilen: Im „Histogramm“ der gemessenen Verschiebungen ist das Verschwinden des „Peak-locking“-Effektes in y-Richtung besser zu erkennen

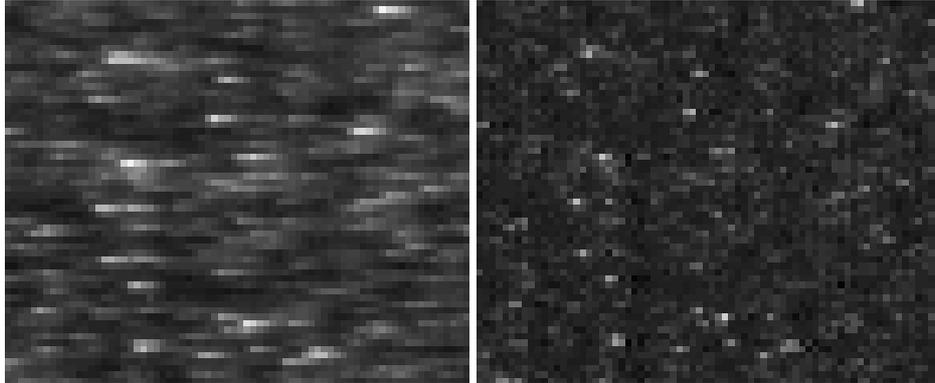


Abbildung 5.17: Die aufgenommenen Partikelbilder sind in x-Richtung auffällig „verschmiert“ (linkes Bild), was auf einen Fehler bei der elektrischen Übertragung hindeutet. Mit dem im Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Verfahren zur nachträglichen Reduzierung konnte dieser Effekt fast vollständig eliminiert werden (rechtes Bild)

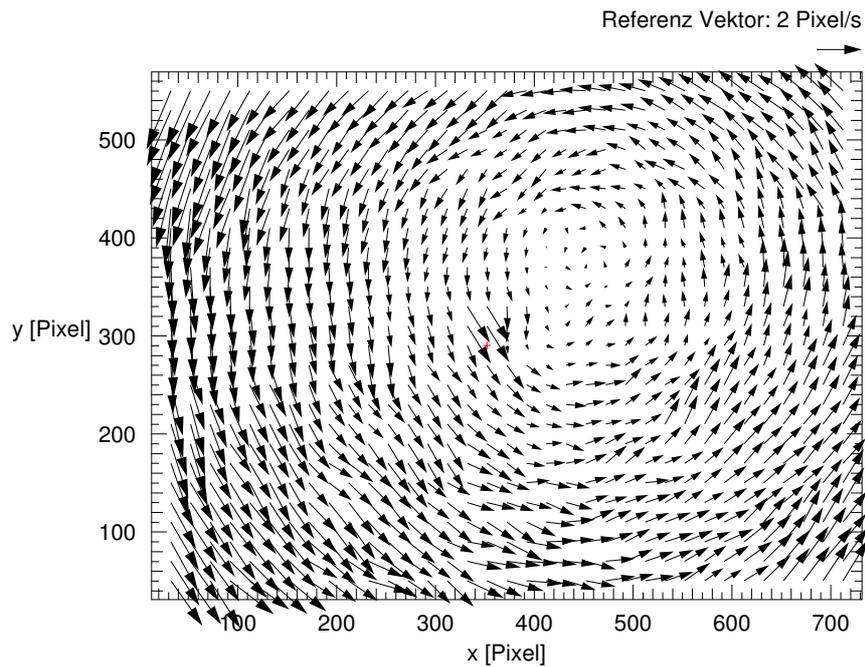


Abbildung 5.18: Der „Peak-locking“-Effekt in x-Richtung war durch die Fehler in der elektrischen Übertragung des Video-Signals entstanden. Durch die nachträgliche Reduzierung dieses Fehlers mit dem im Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Verfahren konnten auch die systematischen Fehler in x-Richtung stark reduziert werden

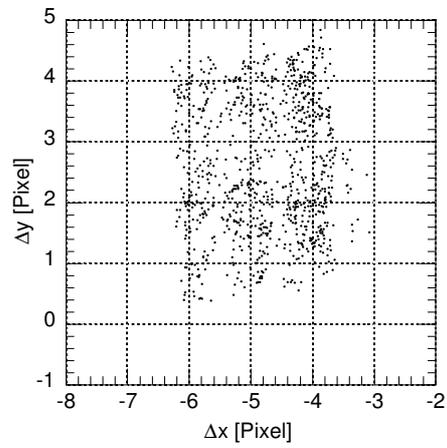


Abbildung 5.19: „Histogramm“ zu Abb. 5.18

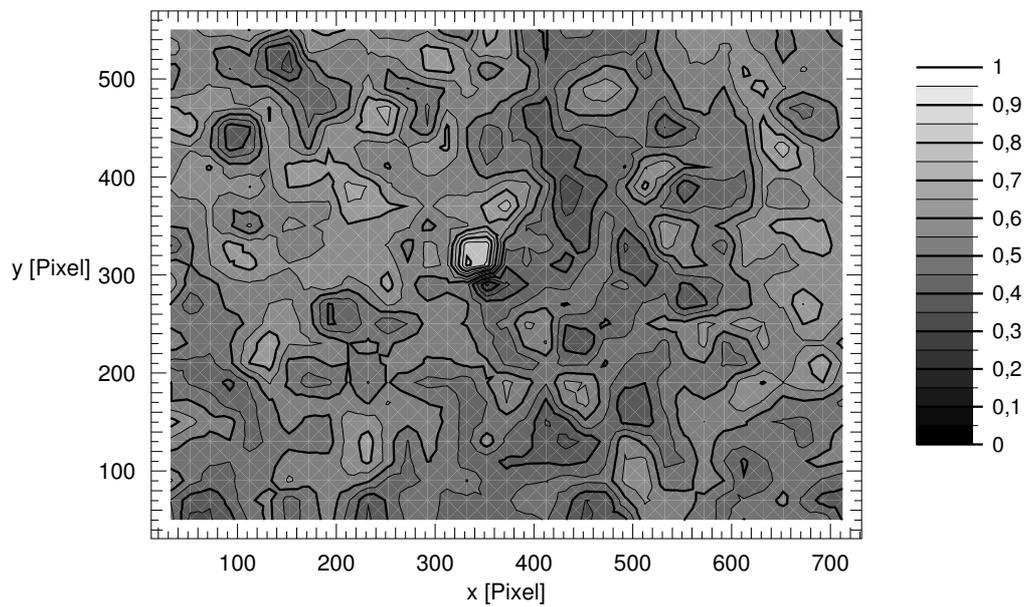


Abbildung 5.20: Durch die angewandten Korrekturen hat sich auch das Rauschen auf den Peakhöhen im Vergleich zu Abb. 5.14 verringert.

5.3.4 Untersuchung der Lichtschnittqualität

Parallel zu jeder Messung wurde auch das Laserstrahlprofil aufgenommen. Glücklicherweise war die Laserstrahlrichtungsstabilität wesentlich besser, als in der Spezifikation zugesagt (Abb. 5.21), so daß alle Bilder ausgewertet werden konnten. In den Grafiken erscheint die Intensität des ersten Blitzes a (horizontal polarisiertes Licht) wesentlich kleiner als die der Blitze b und c (vertikal polarisiertes Licht). Die Ursache dafür ist die Auskoppelung des Lichtes für die Lichtschnittprofil-Messungen mittels einer Glasscheibe, die in einem Winkel von 45° zum Laserstrahl stand. Dieser Winkel liegt in der Nähe des Brewster-Winkels von Glas (ca. 56°), was die schwache Reflektion von horizontal polarisiertem Licht erklärt. Für die Auswertung dieser Profile hat das allerdings keine negativen Auswirkungen.

Die Form der Lichtschnitte war nur in erster Näherung gaußförmig, insbesondere die Profile von Lichtschnitt b und c besitzen auf der linken Seite ein Nebenmaximum. In der Kreuzkorrelation der Lichtschnitte (Abb. 5.22) erhält man aber trotzdem „glatte“ Funktionen.

Da die Lichtschnittprofile aufgrund der eingeschränkten Auflösung des Speicheroszilloskopes nur mit ca. 20 Punkten pro mm abgetastet werden konnten (Die Auflösung der CCD-Zeilen hätte für 100 Punkte pro mm gereicht), enthielt die berechnete Tabelle für die erwarteten Peakhöhen nur ca. 15 relevante Werte-Tripel, so daß für den Vergleich mit den gemessenen Peakhöhen die Zwischenwerte mittels „Cubic Spline“ Interpolation ([16] Kap. 3.3) ermittelt wurden.

5.3.5 Kalibriermessungen bei ruhender Luft

Aus den aufgenommenen Kalibriermessungen bei ruhender Luft kann auch abgeschätzt werden, wie gut die gemessenen Korrelationspeakhöhen mit den erwarteten Peakhöhen, die sich aus den gemessenen Lichtschnittprofilen ergeben, übereinstimmen. Die gemessenen Peakhöhen sind in Abb. 5.23 dargestellt.

In der Korrelation ab ist im rechten Bilddrittel noch ein leichter systematischer Fehler zu erkennen: die gemessenen Peakhöhen sind hier niedriger als im restlichen Feld, was wahrscheinlich mit der Verschiebung um einen halben Pixel in x-Richtung der beiden CCD-Sensoren gegeneinander an dieser Stelle zusammenhängt. Daß dieser Effekt nur in x-Richtung auftritt deutet darauf hin, daß es sich hierbei um ein Artefakt aus der elektrischen Übertragung handelt. Offensichtlich hat das Filterprogramm, das diese Artefakte wieder entfernen sollte, noch schwache systematische Fehler übrig gelassen. Bei späteren Messungen müssen diese Artefakte also in jedem Fall schon auf der elektrischen Seite behoben werden.

Vergleicht man die gemessenen Peakhöhen mit den aus den Lichtschnittprofilmessungen theoretisch vorhergesagten, stellt man als erstes fest, daß alle zu klein sind.

	erwartete Peakhöhe	gemessene Peakhöhen	Faktor
Korrelation ab	0,94	0,48(7)	0,51(7)
Korrelation ac	0,39	0,21(6)	0,53(15)
Korrelation bc	0,47	0,42(6)	0,89(12)

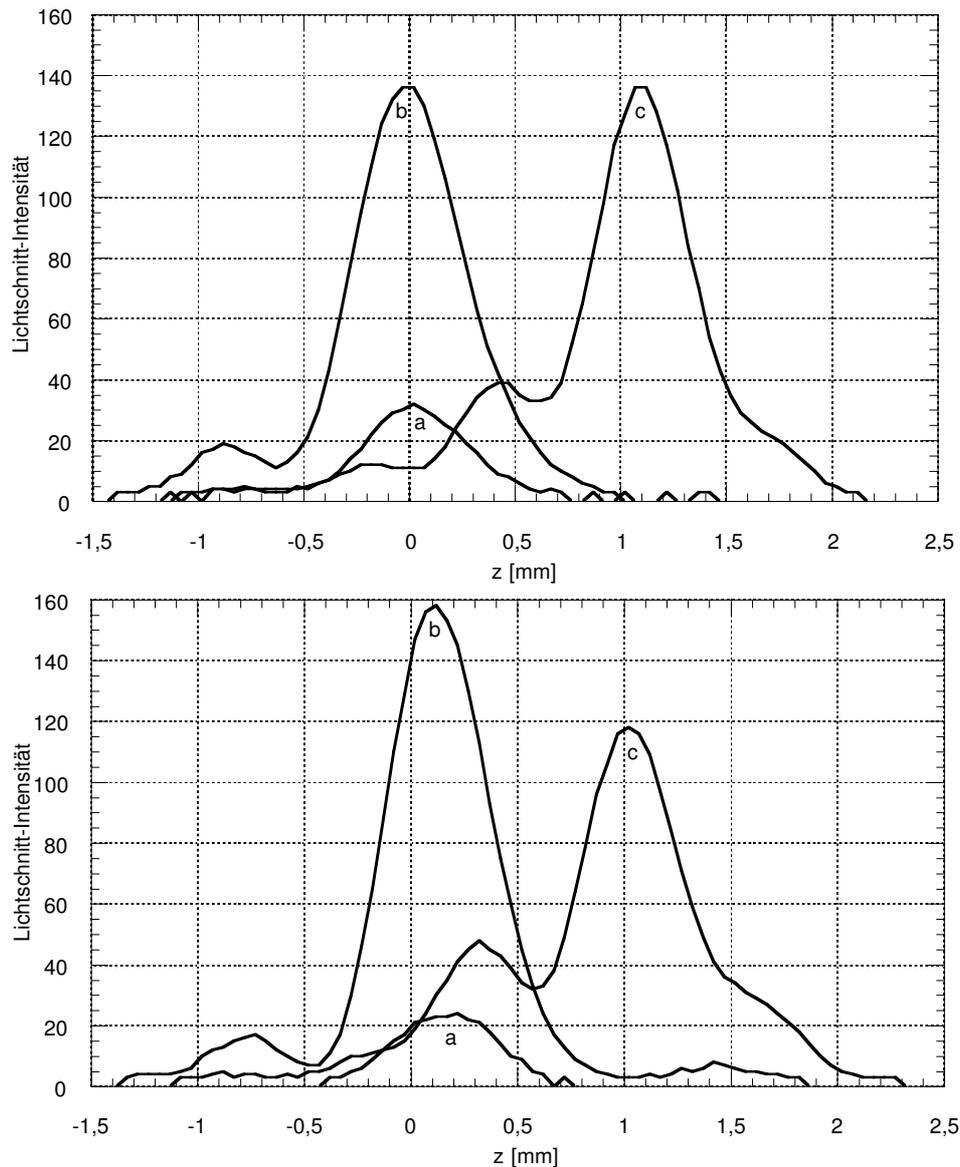


Abbildung 5.21: Die Strahlrichtungsstabilität der Laser (a, b und c) war wesentlich besser als in der Spezifikation angegeben. In den beiden Grafiken sind die Messungen dargestellt, bei denen die Lichtschnittpositionen am weitesten voneinander abwichen. Die Intensitäten sind hier in willkürlichen Einheiten aufgetragen. Die Intensität des ersten Blitzes a erscheint kleiner als die der Blitze b und c, da Blitz a horizontal polarisiert war (siehe Text).

Daß die gemessenen Peakhöhen durch Hintergrundrauschen etc. um einen gewissen Faktor kleiner als die erwarten sein können, wurde bereits in Kapitel 2.2.7 gezeigt. Dies kann aber nicht der einzige Effekt sein, da die Faktoren für die einzelnen Korrelationen zu verschieden sind. Die viel zu keinen Peakhöhen in Korrelation ab und ac sind mit großer Wahrscheinlichkeit auf die andere Polarisation des

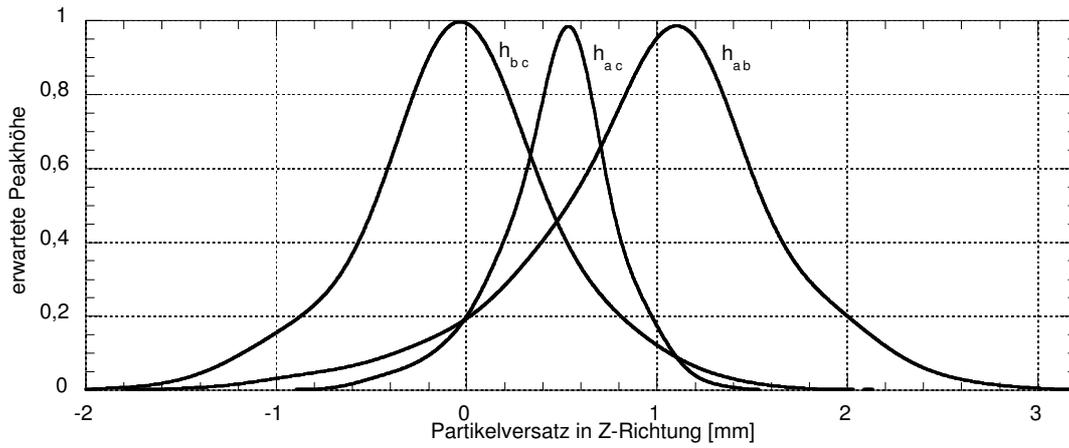


Abbildung 5.22: Die Korrelationen der aufgenommen Lichtschnittprofile dienen später als Tabelle in der zu dem gemessenen Peakhöhen-Tripel der passende Z-Versatz herausgesucht werden wird

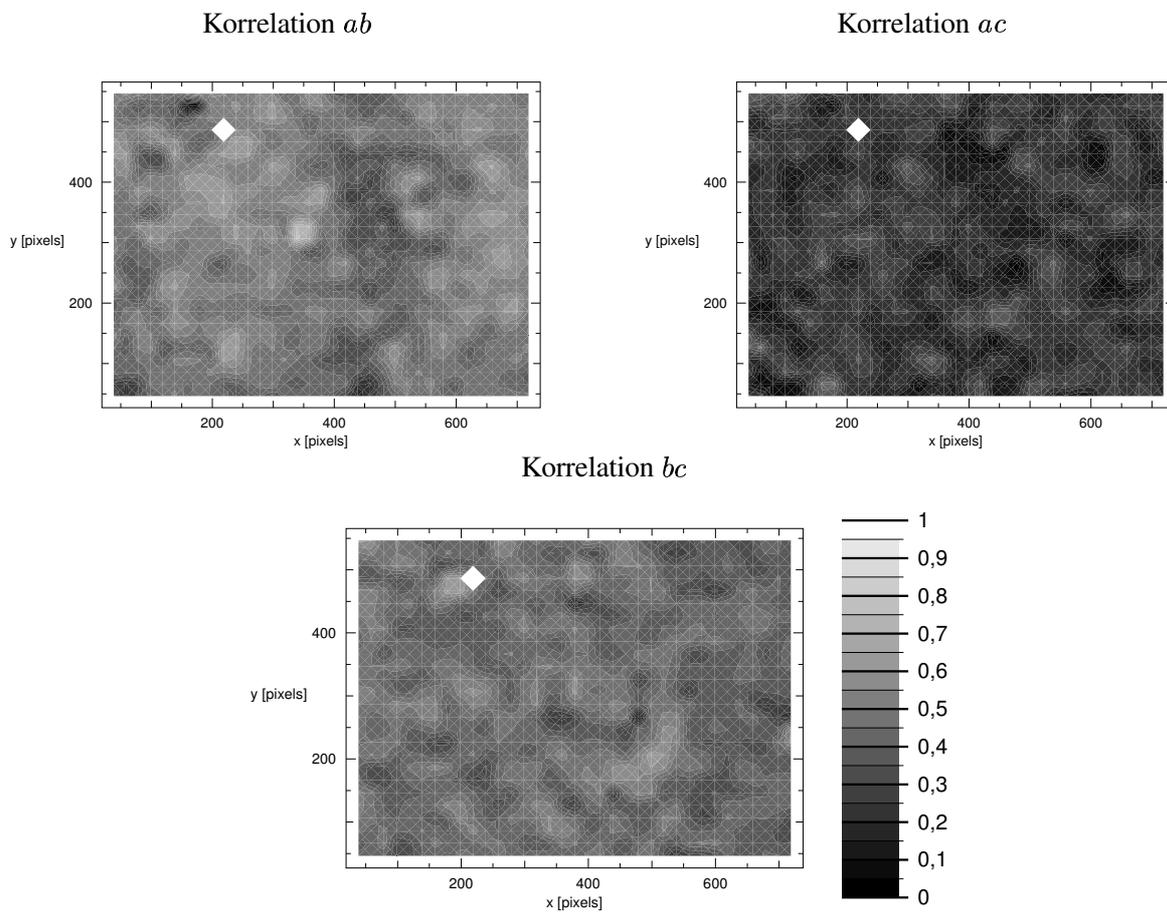


Abbildung 5.23: Kalibrieraufnahmen in ruhender Luft. Dargestellt sind die gemessenen Peakhöhen der drei berechneten Korrelationen.

Lichtschnittes a zurückzuführen. In Kapitel 2.1.1 wurden die Auswirkungen von verschieden polarisiertem Licht auf das Streuverhalten der Partikel bereits theoretisch berechnet. Mit Blick auf die dort gezeigten Ergebnisse ist es eher verwunderlich, daß die Peakhöhen noch so gleichmäßig ausfallen.

Die in der obigen Tabelle berechneten Faktoren F_{ab} , F_{ac} und F_{bc} sind für die übrigen Kalibriermessungen in Abb. 5.24 aufgetragen. Auffällig an dieser Auftragung ist, daß F_{ab} und F_{ac} bei allen Messungen

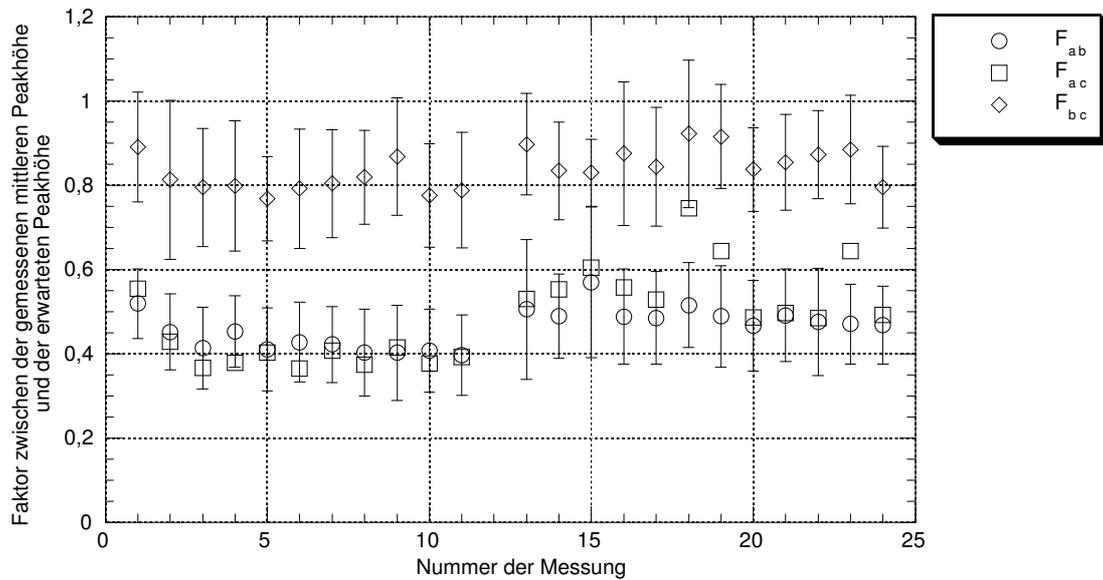


Abbildung 5.24: Faktor zwischen der mittleren gemessenen und der erwarteten Peakhöhe bei den Kalibriermessungen mit ruhender Luft. Die Fehlerbalken wurden der Übersichtlichkeit halber für F_{ac} nicht aufgetragen. Sie sind aber in derselben Größenordnung wie die von F_{bc} . Unter normalen Bedingungen erwartet man, daß die drei Faktoren F_{ab} , F_{ac} und F_{bc} bei einer Messung gleich groß sind. Durch die Aufnahme von Bild a mit anders polarisiertem Licht sind die Peakhöhen der Korrelationen ab und ac stets zu klein.

etwa gleich groß sind. Auch der Faktor zwischen F_{ab} und F_{bc} scheint einigermaßen konstant für alle Messungen zu sein. Er ist in Abb. 5.25 aufgetragen.

Dieser Faktor (im folgenden einfach Korrekturfaktor genannt) beschreibt die Verminderung der Korrelationspeakhöhe, wenn die PIV-Bilder mit unterschiedlich polarisiertem Licht aufgenommen wurden. Daß dieser Faktor in erster Näherung konstant ist, entsteht dadurch, daß sich die polarisationsbedingte Änderung der Streu-Koeffizienten unterschiedlich großer Partikel in erster Näherung als additive Störgröße beschreiben läßt, die im Mittel überall gleich groß ist. Die Änderung der Streu-Koeffizienten ist dann einfach ein unkorreliertes Rauschen auf den Partikelbildhelligkeiten, das nach Gl. 2.51 die Verminderung der Korrelationspeakhöhe um einen konstanten Faktor bewirkt. Für die Auswertung der Wirbelringbilder wurden dann die betroffenen Korrelationspeakhöhen h_{ab} und h_{ac} um diesen Faktor wieder angehoben.

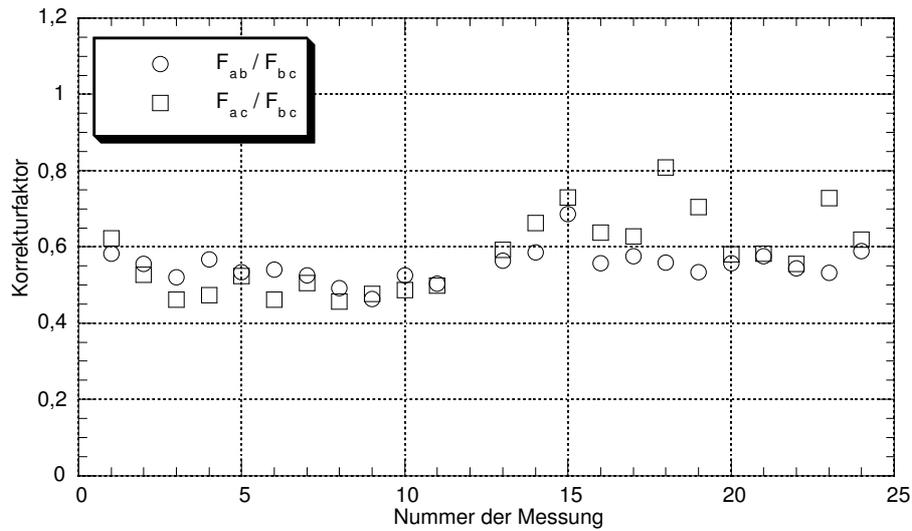


Abbildung 5.25: Korrekturfaktor für die Peakhöhen aus Korrelationen von PIV-Bildern die mit unterschiedlicher Polarisation aufgenommen wurden. Dieser Faktor wurde hier aus den Kalibrierungen bei ruhender Luft bestimmt und beträgt etwa 0,57

5.3.6 Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes

Um reproduzierbare Ergebnisse zu bekommen, wurde der Wirbelring im laminaren Bereich im Abstand etwa eines Düsendurchmessers von der Austrittsöffnung untersucht (Abb. 5.26). Der Wirbelring wurde dort in 30 verschiedenen Schnittebenen aufgenommen. Dazu wurde die Zeitspanne zwischen dem Auslösen des Wirbelringgenerators und den drei Blitzen zur Aufnahme des Wirberinges in Schritten von 1 ms variiert, was bei der Fortbewegungs-Geschwindigkeit von ca. 2,3 m/s des Wirbelringes einem Abstand von ca. 2,3 mm zwischen den Schnittebenen entspricht (Abb. 5.27). Die übrigen Versuchsparmeter waren:

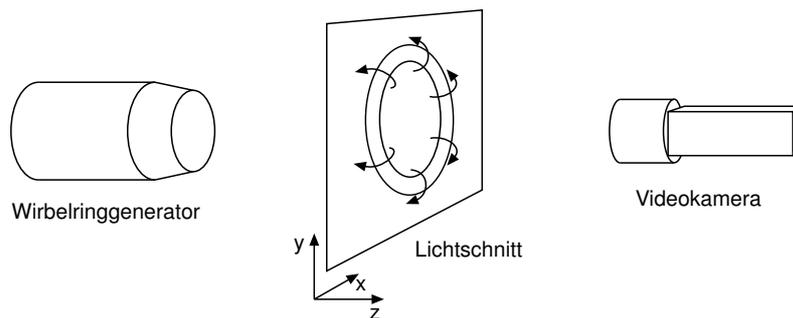


Abbildung 5.26: Aufnahme des Wirbelringes beim Durchtritt durch den Lichtschnitt.

Durchmesser der Düse:	34,7 mm
Abstand Düse – Lichtschnitt:	37 mm \approx 1,1 Düsendurchmesser
Zeitdifferenz zwischen zwei Lichtblitzen Δt :	300 μ s
Zeitdifferenz Wirbelring-Trigger – 1. Lichtblitz:	25 ms - 55 ms
$1/e^2$ -Breite der Lichtschnitte:	variiert, ca. 1 mm - 2 mm (s. Abb. 5.21)
Versatz des dritten Lichtschnittes:	variiert, ca. 1 mm (s. Abb. 5.21)

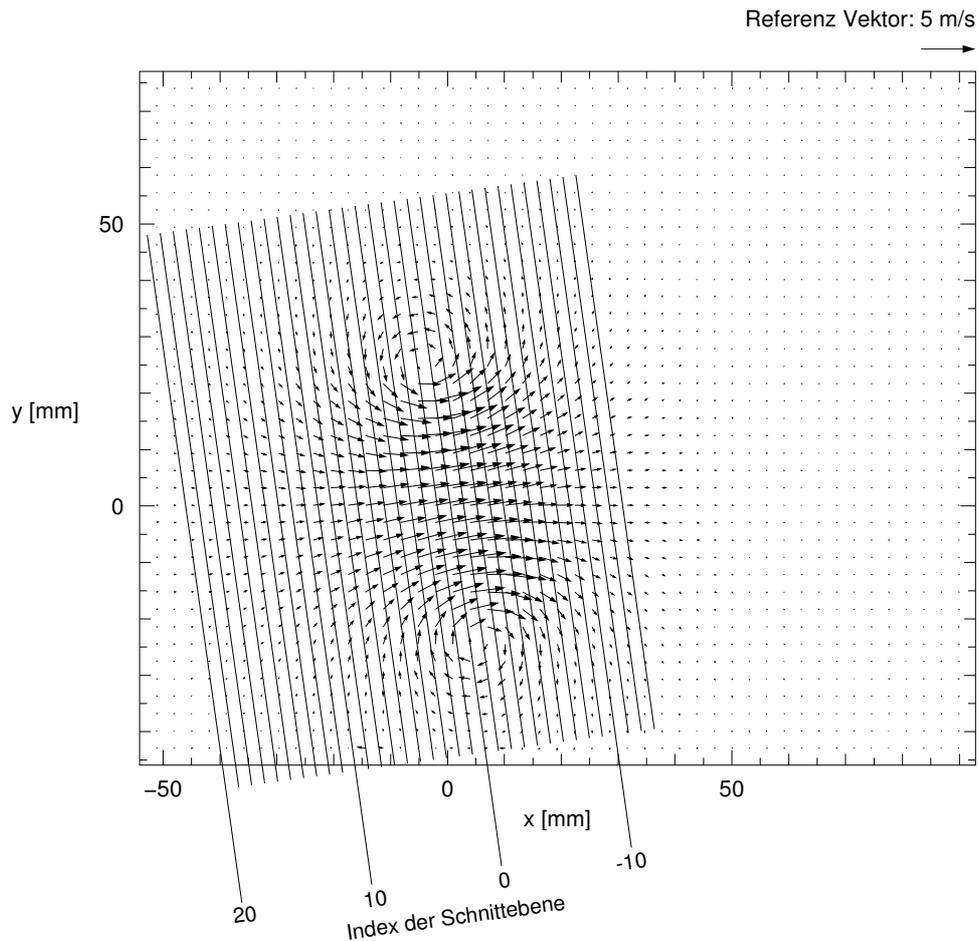


Abbildung 5.27: Der Wirbelring in der Seitenansicht. Die untersuchten Schnittebenen sind als Linien eingezeichnet. Das abgebildete Geschwindigkeitsfeld wurde dankenswerterweise von C. Willert zur Verfügung gestellt, der denselben Wirbelring mit Stereo-PIV untersucht hat [12], wobei der Wirbelkern allerdings 6,5 Durchmesser von der Düse entfernt war.

Um einen Eindruck von den gewonnen Rohdaten zu gewinnen, werden hier zuerst vier repräsentative Bilder aus der Serie vorgestellt (Abb. 5.28 und 5.29). Den Gesamteindruck von der Strömung erhält man am besten durch eine dreidimensionale Darstellung des Geschwindigkeitsfeldes (Abb. 5.30 und 5.31). Die Geschwindigkeitsvektoren wurden hier durch langgestreckte schräg von vorne beleuchtete Kegel ersetzt, wodurch der Betrachter die Richtung und Länge derselben im dreidimensionalen Raum

besonders gut erkennen kann. Außerdem ist die Z-Komponente bei den Originalbildern noch farbkodiert, was hier in der schwarzweißen Darstellung eher störend wirkt.

Den besten Eindruck erhält man von den Geschwindigkeitsfeldern, wenn man die Bilder direkt am Computermonitor betrachtet, wo sie dann in Echtzeit gedreht und von allen Seiten betrachtet und dabei auch als Stereo-Bilder für rot-grün-Brillen dargestellt werden können. Unter [21] sind diese 3D-Grafiken sowie Verweise auf die dazugehörigen frei verfügbaren Betrachtungsprogramme im Internet verfügbar.

5.3.7 Vergleich der Ergebnisse mit Referenzdaten

Zum qualitativen und quantitativen Beurteilung der Ergebnisse wurde eine konventionelle PIV-Aufnahme herangezogen, bei der der Lichtschnitt entlang der Symmetrieachse des Wirbelringes lag. Leider zeigt die Messung den Wirbelring wesentlich weiter von der Austrittsdüse entfernt ($227 \text{ mm} \approx 6,5$ Düsendurchmesser), so daß die dort gemessenen Geschwindigkeiten alle um einen Faktor kleiner sind. Der Durchmesser des Wirbelringes ändert sich auf dem Weg zwischen 1 und $6,5$ Düsendurchmessern Entfernung von der Austrittsdüse nur unwesentlich.

Aus dem Referenzbild (Abb. 5.27) wurden mittels linearer Interpolation die Strömungsgeschwindigkeit v_z in Abhängigkeit von der Entfernung r zur Symmetrieachse für jede Schnittebene bestimmt. Diese Ergebnisse sind in Abb. 5.32 jeweils auf der linken Seite dargestellt. Jeweils auf der rechten Seite sind dem die mit dem Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten v_z gegenübergestellt. Da hier der Lichtschnitt senkrecht zur Symmetrieachse lag, sind zu jedem Abstand von der Wirbelringachse mehrere Meßwerte vorhanden, die als einzelne Punkte in der jeweiligen Grafik eingetragen wurden. über die Streuung dieser Punkte kann man sich einen Eindruck von der Genauigkeit dieses Verfahrens machen.

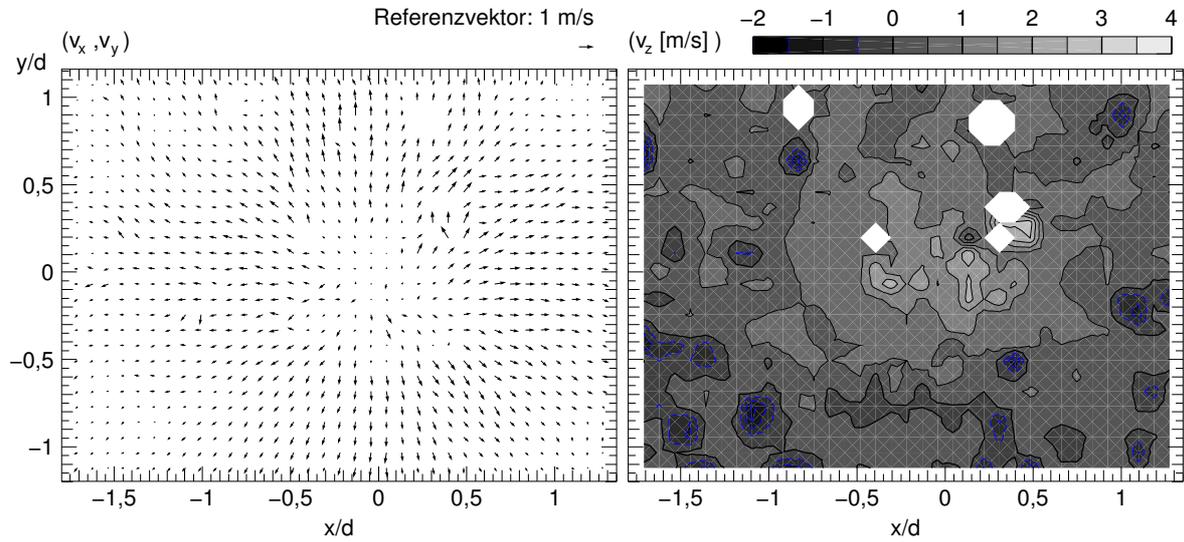
Doch nun zu den Messungen im einzelnen:

- Von Schnittebene -12 bis -6 stimmen die gemessenen Geschwindigkeiten bis auf den oben erwähnten Faktor gut mit den Referenzgeschwindigkeiten überein.
- Von Schnittebene -4 bis +4 lieferte die Auswertung fast nur Rauschen, da die Partikelverschiebungen in einigen Bereichen negativ und in anderen größer als der Lichtschnittversatz waren, was durch die sehr geringe Korrelation dann dazu führt, daß der Korrelationspeak im Rauschen verschwindet.
- Von Schnittebene 6 bis 20 stimmen die gemessenen Geschwindigkeiten für $r > 0,5$ wieder recht gut mit den Referenzgeschwindigkeiten überein. Innerhalb des Düsenradius $r < 0,5$ ist noch ausströmende Luft zu beobachten. Diese „Schleppe“, die der Wirbelring in der Nähe der Düse noch nach sich zieht, ist in der größeren Entfernung ($6,5$ Düsendurchmesser) in der die Referenzmessung durchgeführt wurde, von dem Wirbel eingerollt.

5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die nötigen Geräte und sonstigen experimentellen Hilfsmittel zur Realisierung von Zwei-Ebenen-PIV-Messungen in Luft-Strömungen vorgestellt und dann zur Messung eines Wirbelringes benutzt. Die Auswertung der Messungen hat gezeigt, daß es trotz unterschiedlich polarisierter Lichtschnitte, niedrig auflösender Kameras und Störungen in der elektrischen Übertragung der Videobilder quantitativ richtige Messungen der Z-Komponente gemacht werden konnten.

Schnittebene -12



Schnittebene -08

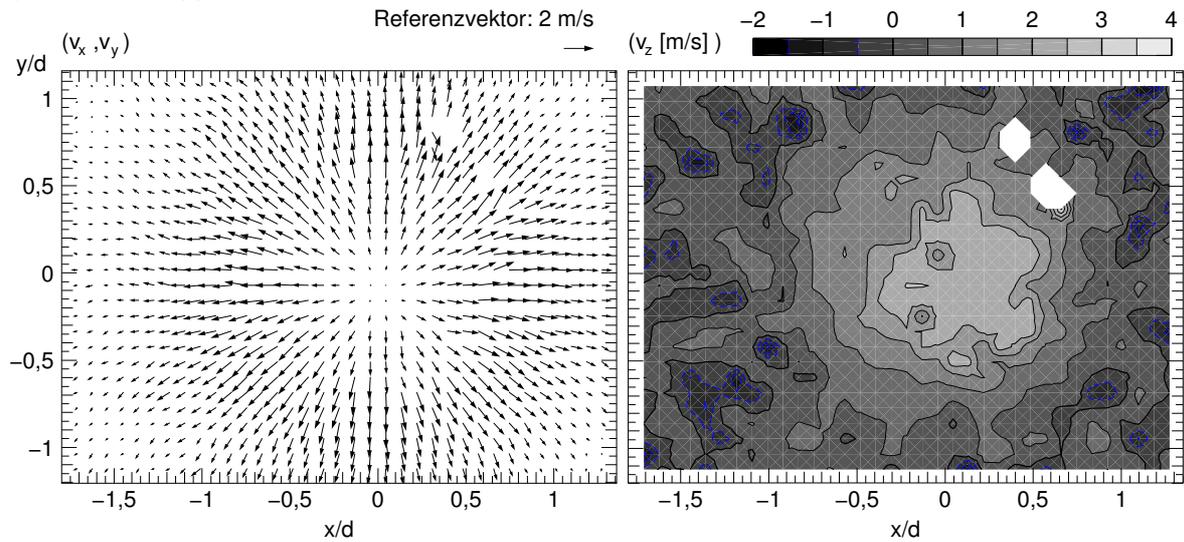
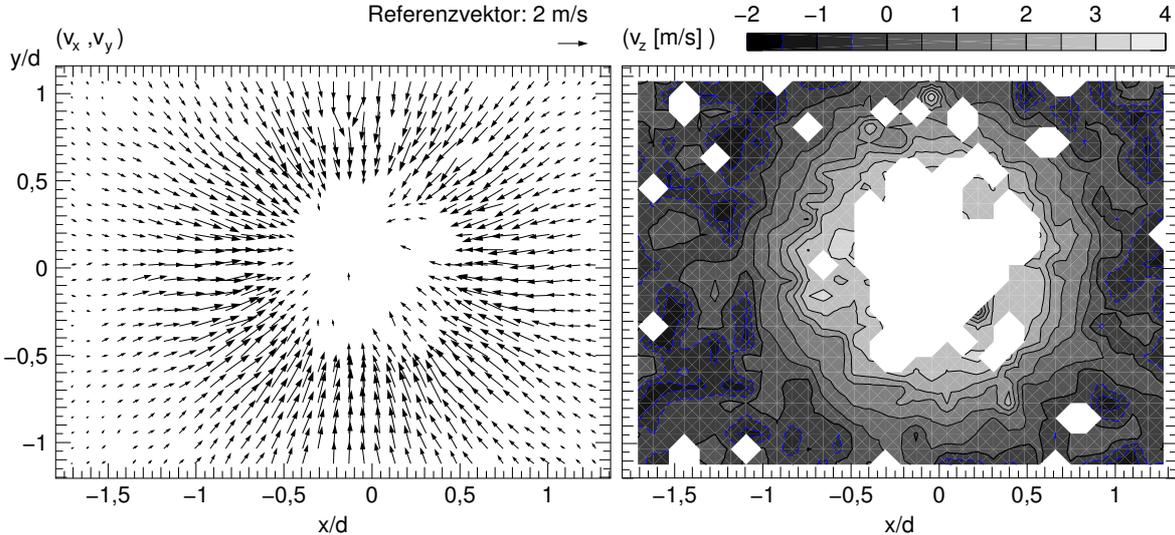


Abbildung 5.28: Gemessenes Geschwindigkeitsfeld des Wirbelringes 12 und 8 ms bevor das Wirbelzentrum den Lichtschnitt erreicht. Fehlende Vektoren im linken, bzw. weiße Flecken im rechten Diagrammen bedeuten, daß hier keine Geschwindigkeit ermittelt werden konnte, oder ein offensichtlich falscher Vektor nachträglich automatisch oder manuell entfernt wurde.

Schnittebene 6



Schnittebene 16

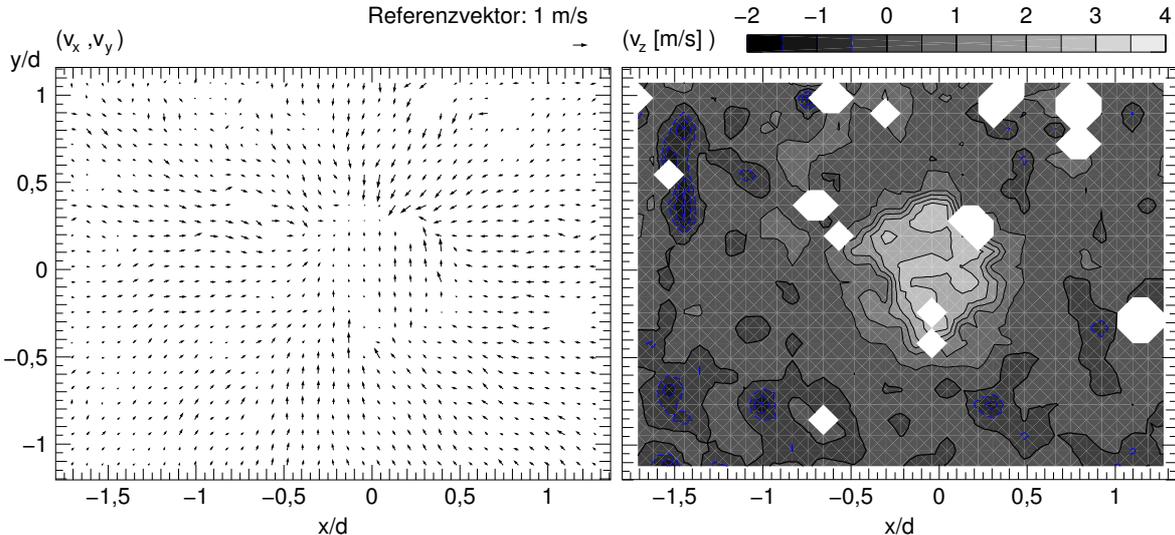


Abbildung 5.29: Gemessenes Geschwindigkeitsfeld des Wirbelringes 6 und 16 ms nachdem das Wirbelzentrum den Lichtschnitt passiert hat.

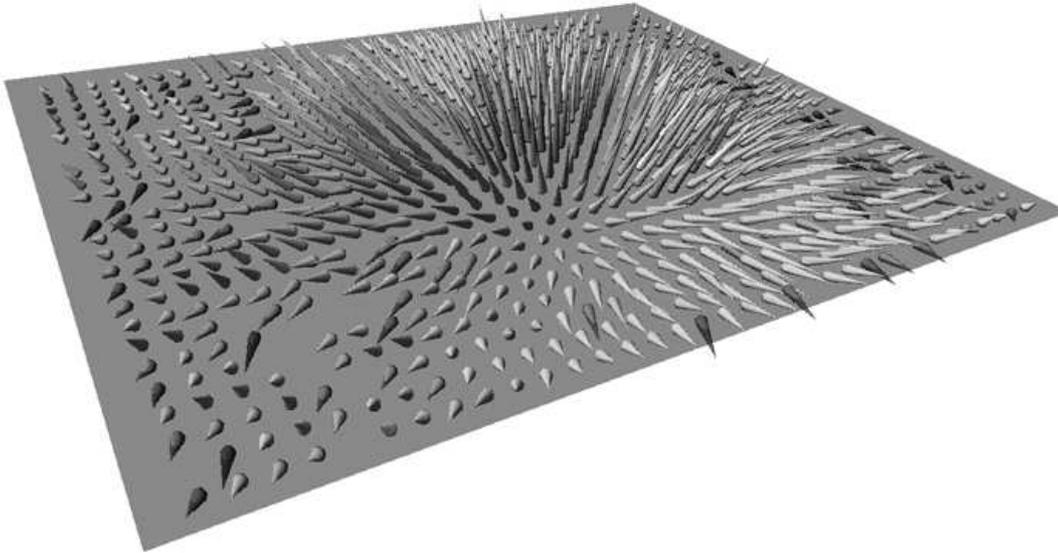


Abbildung 5.30: 3d Darstellung der Vektoren aus Schnittebene -8

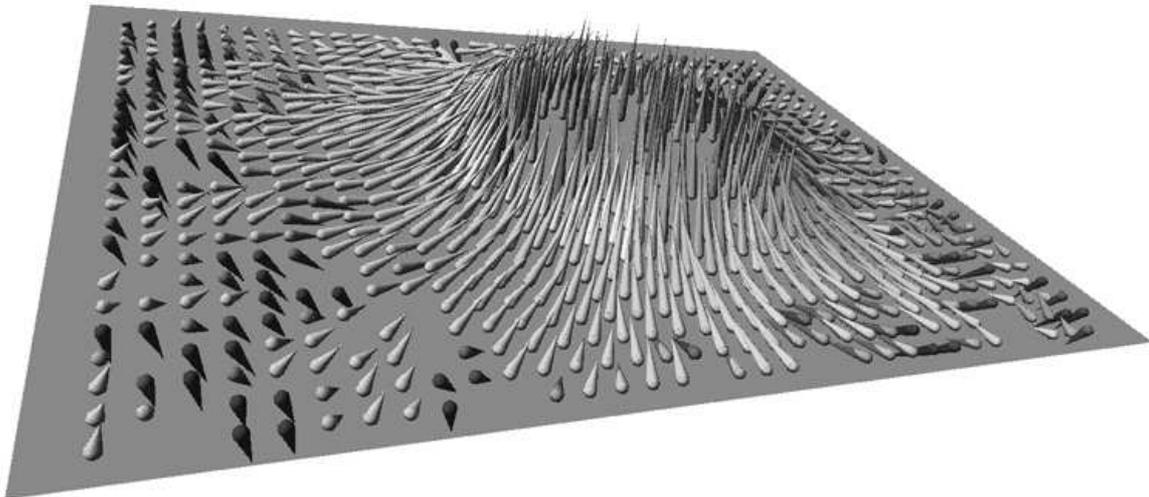
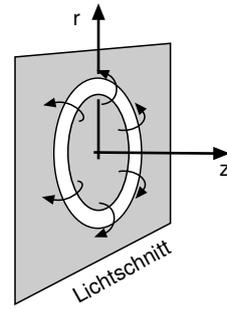
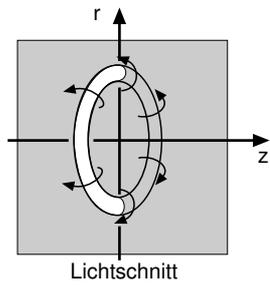
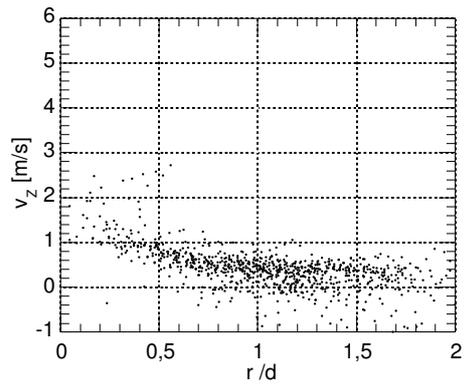
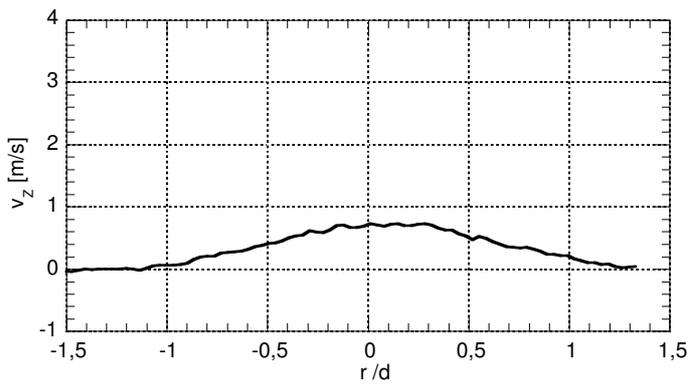


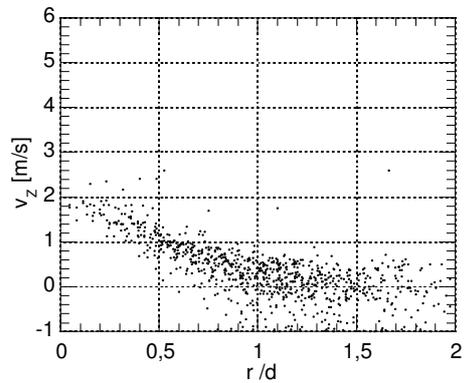
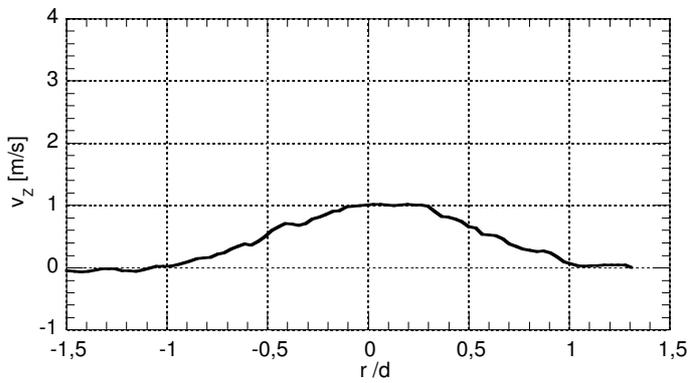
Abbildung 5.31: 3d Darstellung der Vektoren aus Schnittebene 7



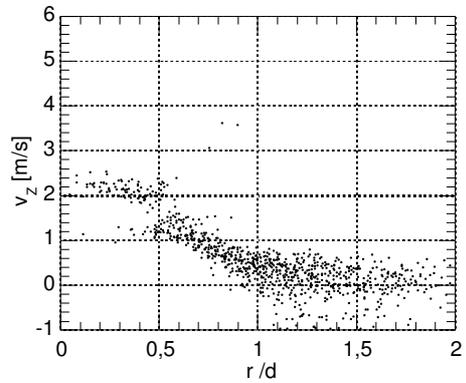
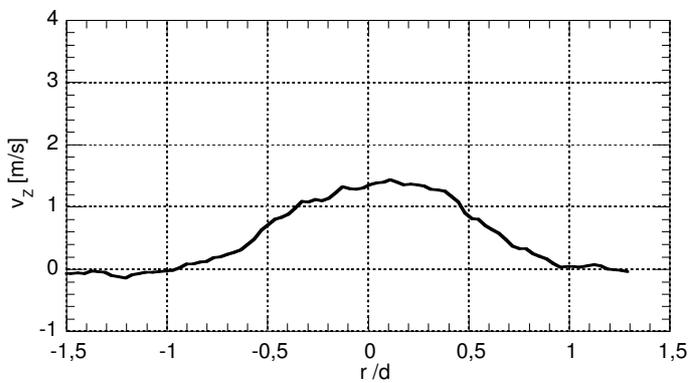
Schnittebene -12 ($Z/d = 0,80$)



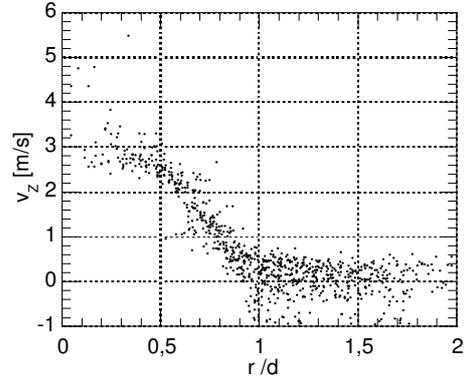
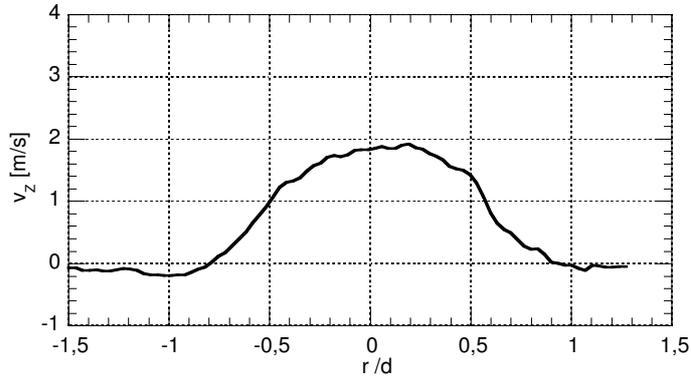
Schnittebene -10 ($Z/d = 0,66$)



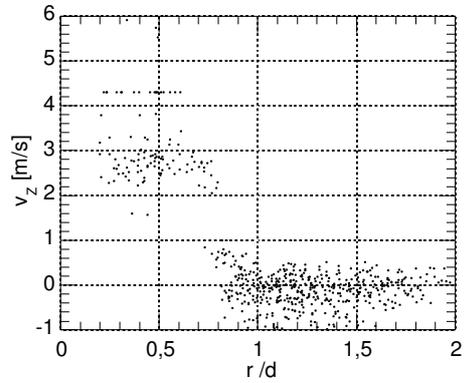
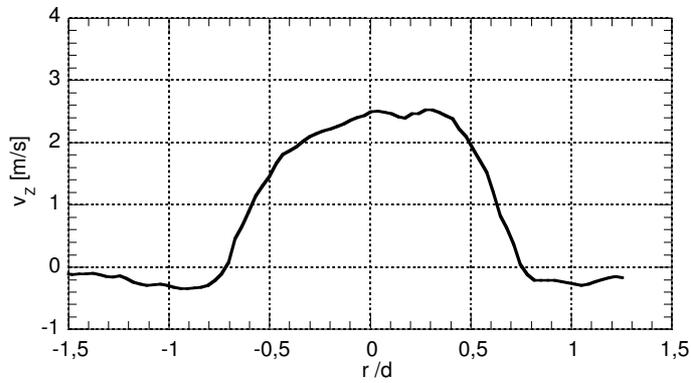
Schnittebene -8 ($Z/d = 0,53$)



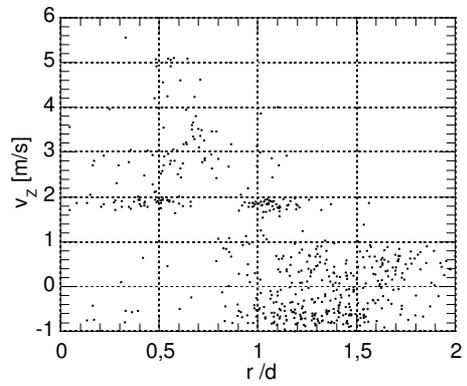
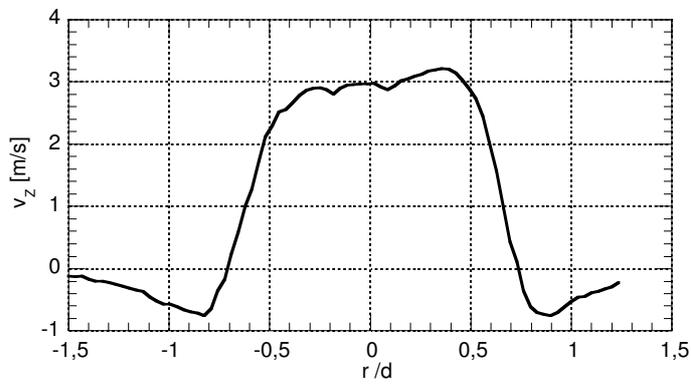
Schnittebene -6 ($Z/d = 0,38$)



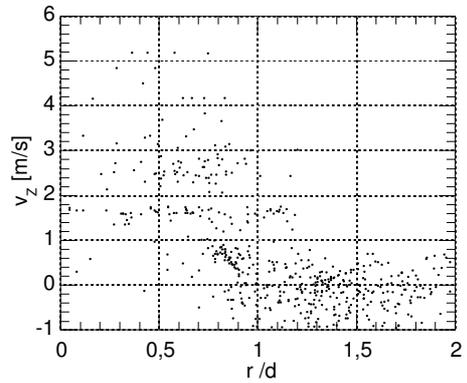
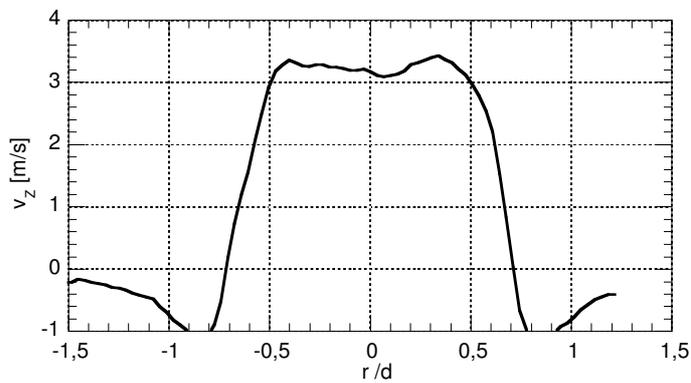
Schnittebene -4 ($Z/d = 0,26$)



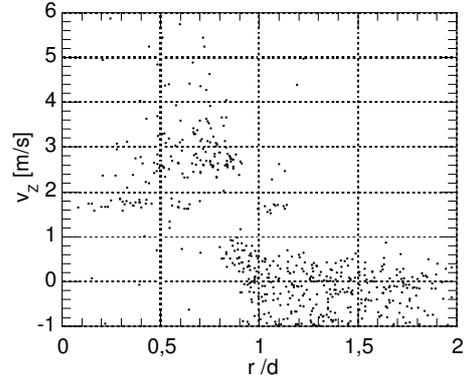
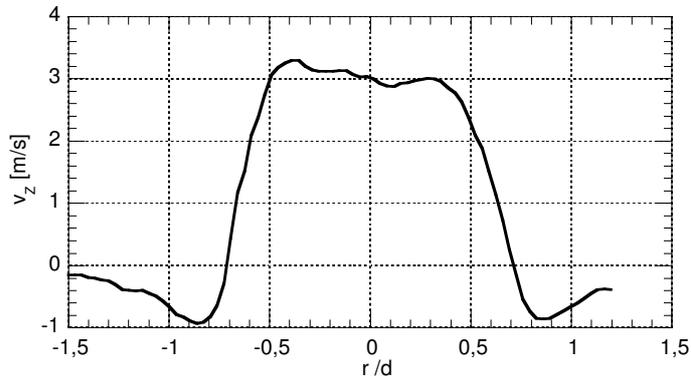
Schnittebene -2 ($Z/d = 0,13$)



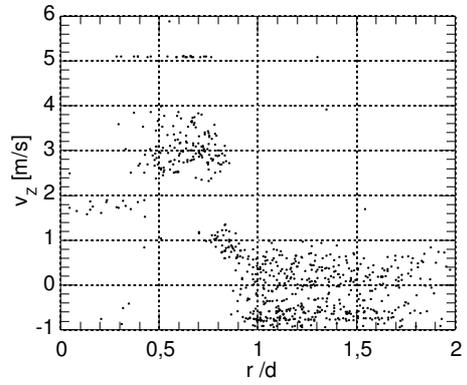
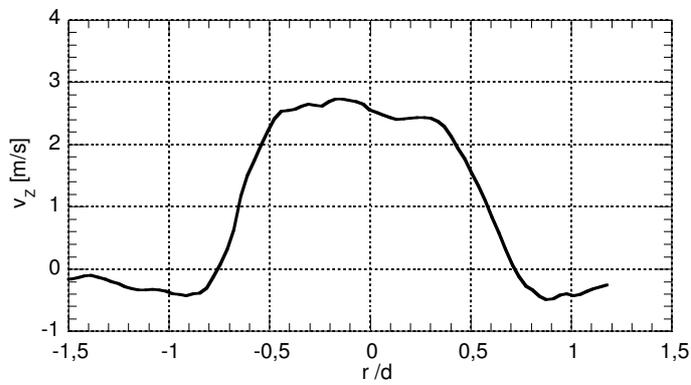
Schnittebene 0 ($Z/d = 0,00$)



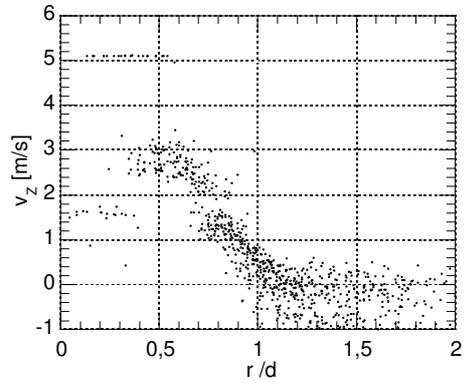
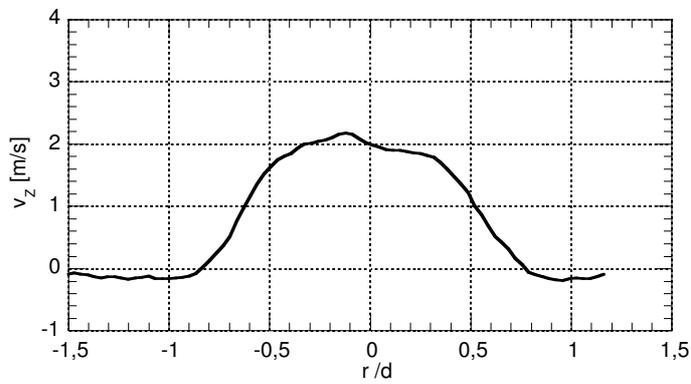
Schnittebene 2 ($Z/d = -0,13$)



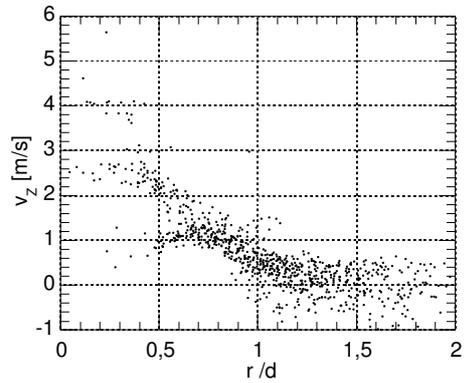
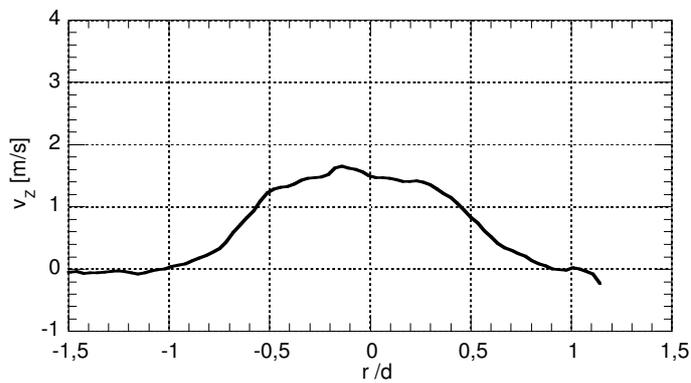
Schnittebene 4 ($Z/d = -0,26$)



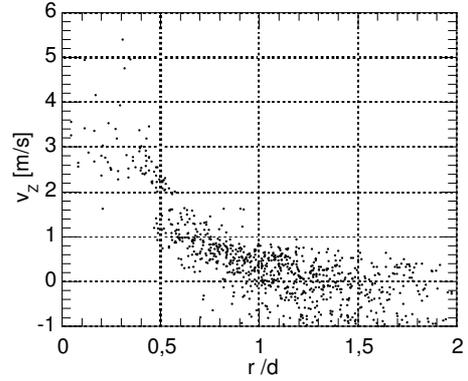
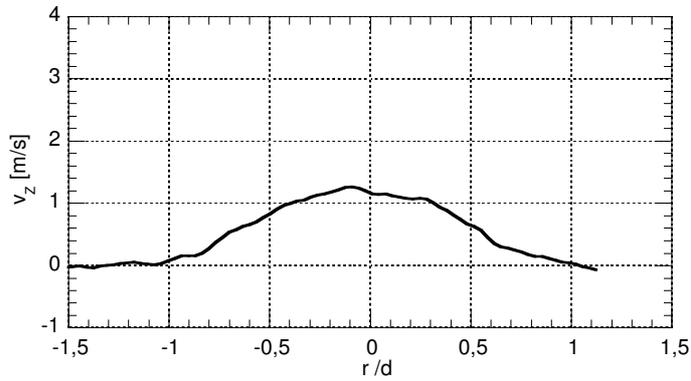
Schnittebene 6 ($Z/d = -0,38$)



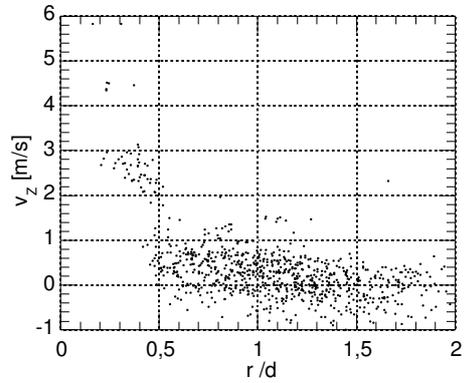
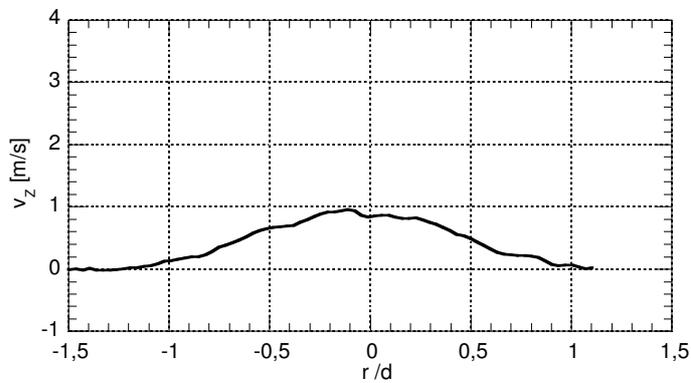
Schnittebene 8 ($Z/d = -0,53$)



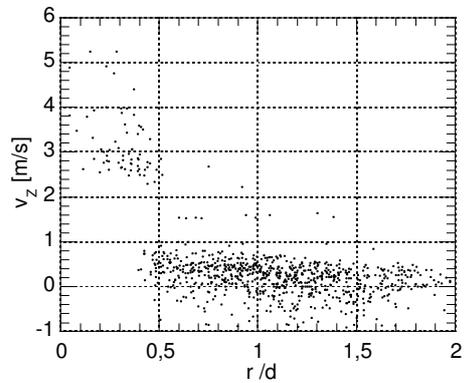
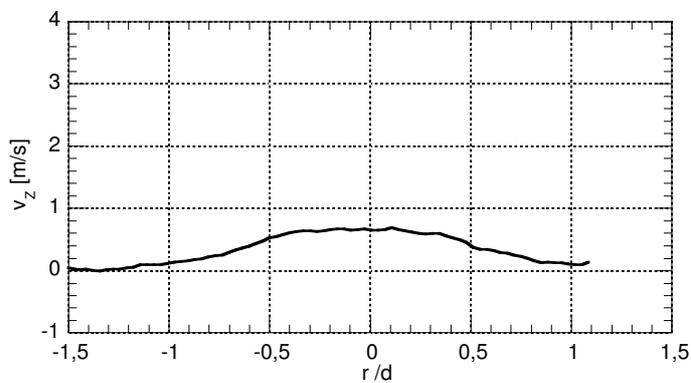
Schnittebene 10 ($Z/d = -0,66$)



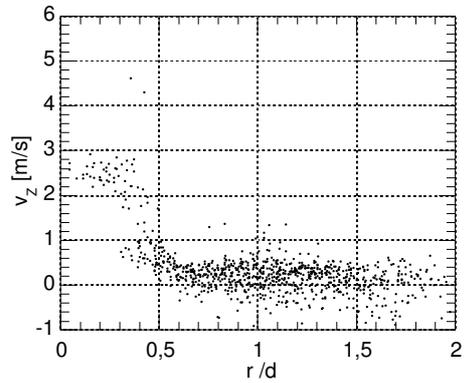
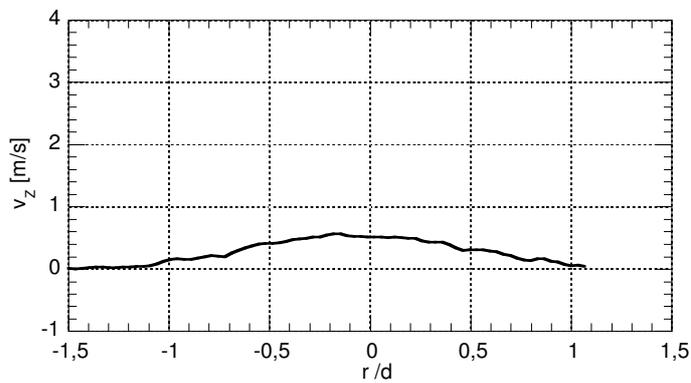
Schnittebene 12 ($Z/d = -0,80$)



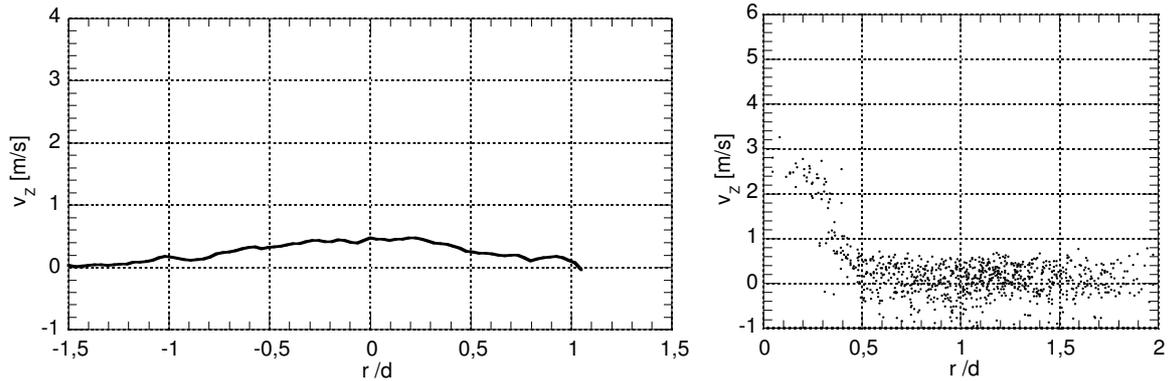
Schnittebene 14 ($Z/d = -0,93$)



Schnittebene 16 ($Z/d = -1,06$)



Schnittebene 18 ($Z/d = -1,19$)



Schnittebene 20 ($Z/d = -1,33$)

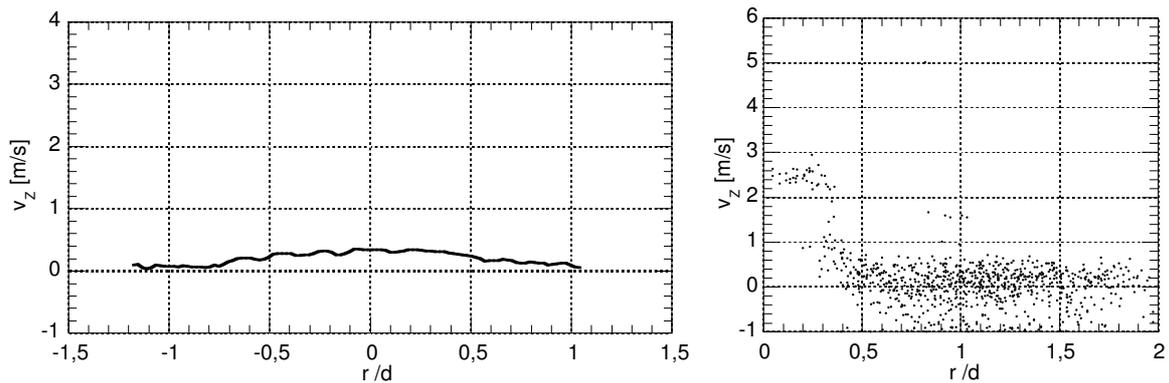


Abbildung 5.32: Geschwindigkeitsprofile des Wirbelringes in Luft. Die Referenzdaten, die mit konventioneller PIV aus einem Lichtschnitt entlang der Symmetrieachse Z (Abb. 5.27) gewonnen wurden, sind jeweils auf der linken Seite dargestellt. Die mit dem Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren gemessenen Daten aus einem Lichtschnitt senkrecht zur Symmetrieachse Z sind dem auf der rechten Seite gegenübergestellt. Bei der Aufnahme der Zwei-Ebenen-PIV-Daten befand sich der Wirbelring ca. 1 Düsendurchmesser von der Austrittsdüse entfernt. Bei der Aufnahme der Referenzdaten befand er sich ca. 6,5 Düsendurchmesser entfernt. Aus diesem Grunde sind alle Referenzgeschwindigkeiten hier niedriger als die gemessenen.

6 Verbesserung der Genauigkeit der konventionellen PIV-Auswertung

Da sich das Einsatzgebiet des Zwei-Ebenen PIV Verfahrens mit den zur Zeit vorhandenen Geräten eher auf spezielle Experimente mit sehr eingeschränkten optischen Zugangsmöglichkeiten beschränken wird, soll hier kurz gezeigt werden, welche Verbesserungen des 2-Komponenten PIV die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Auswertemethoden liefern.

Dies soll anhand von Aufnahmen mit Digitalkameras der neuesten Generation mit einer Auflösung von ca. 1000x1000 Pixeln demonstriert werden. Die systematischen Fehler in den aufgenommenen PIV-Bildern, die bei der im letzten Kapitel vorgestellten 2-Chip-Kamera überwogen, sind bei diesen Kameras fast nicht mehr vorhanden. Die in diesem Kapitel beschriebenen systematischen Fehler kommen von den üblicherweise verwendeten schnellen aber ungenauen Auswerte-Algorithmen und treten z.B. bei der Analyse von Geschwindigkeitshistogrammen deutlich in Erscheinung (Abb. 6.1).

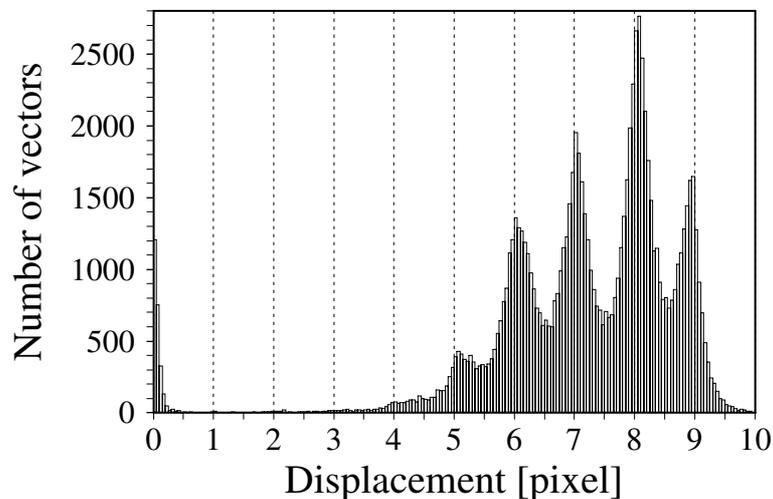


Abbildung 6.1: „Peak-locking“-Effekt bei einem PIV-Bild von einer turbulenten Wandgrenzschicht: In dem Histogramm der gemessenen Partikelbildverschiebungen zeigen sich deutliche Häufungen bei den ganzen Zahlen [6].

6.1 Reduktion des „Peak-locking“-Effektes

Eine der PIV-Aufnahmen, die bei einem in dieser Arbeit nicht beschriebenen Zwei-Ebenen-PIV-Experiment entstanden ist, eignet sich sehr gut zur quantitativen Analyse der statistischen und systematischen Fehler der Auswertung. Sie zeigt Teilchen in ruhender Luft, die zum gleichen Zeitpunkt von zwei der oben erwähnten Digitalkameras (die über einen Strahlteilerwürfel denselben Teil des Lichtschnittes abbildeten) aufgenommen wurden (Abb. 6.2). Wie bereits erwähnt, ist es unmöglich, die Kameras pixelgenau auszurichten, so daß sich diese beiden Aufnahmen durch eine leichte Verdrehung und Verschiebung unterscheiden. Diese Verdrehung und Verschiebung läßt sich jedoch durch die Anpassung einer Abbildungsmatrix an das gemessene Vektorfeld herausfinden, so daß für jede Position im PIV-Bild der „wahre“ Verschiebungsvektor bekannt ist.

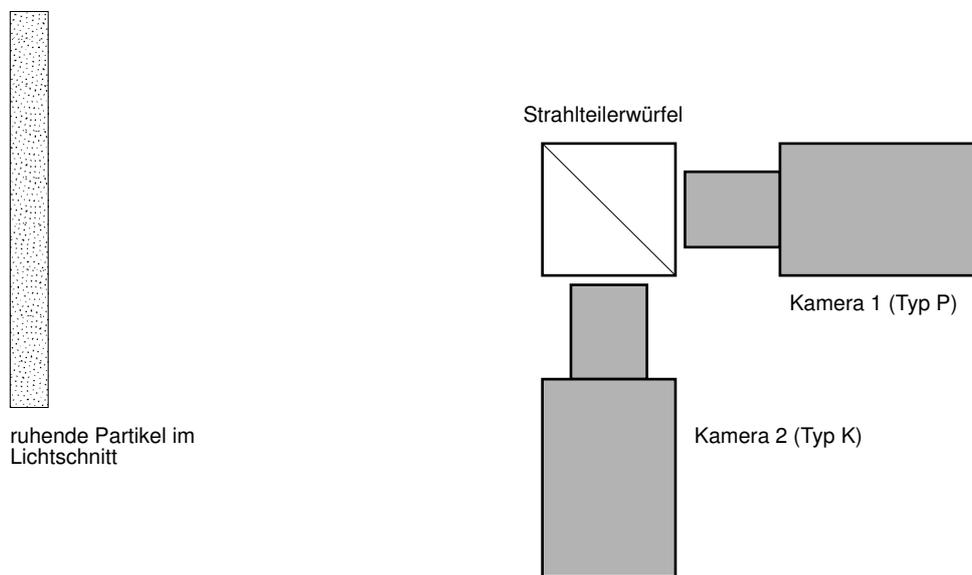


Abbildung 6.2: Aufnahme von ruhenden Partikeln mit zwei Kameras über einen Strahlteilerwürfel. Durch die leichte Verschiebung und Verdrehung der Kameras gegeneinander entsteht bei der PIV-Auswertung der beiden Bilder ein Verschiebungsfeld, daß nahezu alle sub-Pixel Verschiebungen enthält.

Trägt man nun die gemessenen Partikelverschiebungen als Funktion der „wahren“ Verschiebungen auf, so sind die systematischen Abweichungen von der Einheitsgerade gut zu erkennen (Abb. 6.3). Ein Hauptgrund für die schlechten Ergebnisse bei dieser Auswertung sind die für die 3-Punkt-Gaußanpassung zu kleinen Partikelbilder.

In den folgenden Abbildungen (6.4 bis 6.7) sind jeweils die verwendeten Auswerte-Algorithmen und die daraus resultierende Verbesserung dargestellt. Zur Bestimmung der systematischen Fehler wurde dabei das Mittel über je 200 aufeinanderfolgende Werte betrachtet (dargestellt als durchgezogene Linie in den Grafiken). Die Analyse wurde dabei auf Verschiebungen in y -Richtung beschränkt, da in x -Richtung normalerweise vermeidbare Fehler durch die elektische Bildübertragung auftraten.

Insgesamt ließen sich hier die statistischen Fehler um 35% von 0,112 Pixel auf 0,073 reduzieren. Die

systematischen Fehler wurden um 75% von 0,062 Pixel auf 0,016 Pixel reduziert.

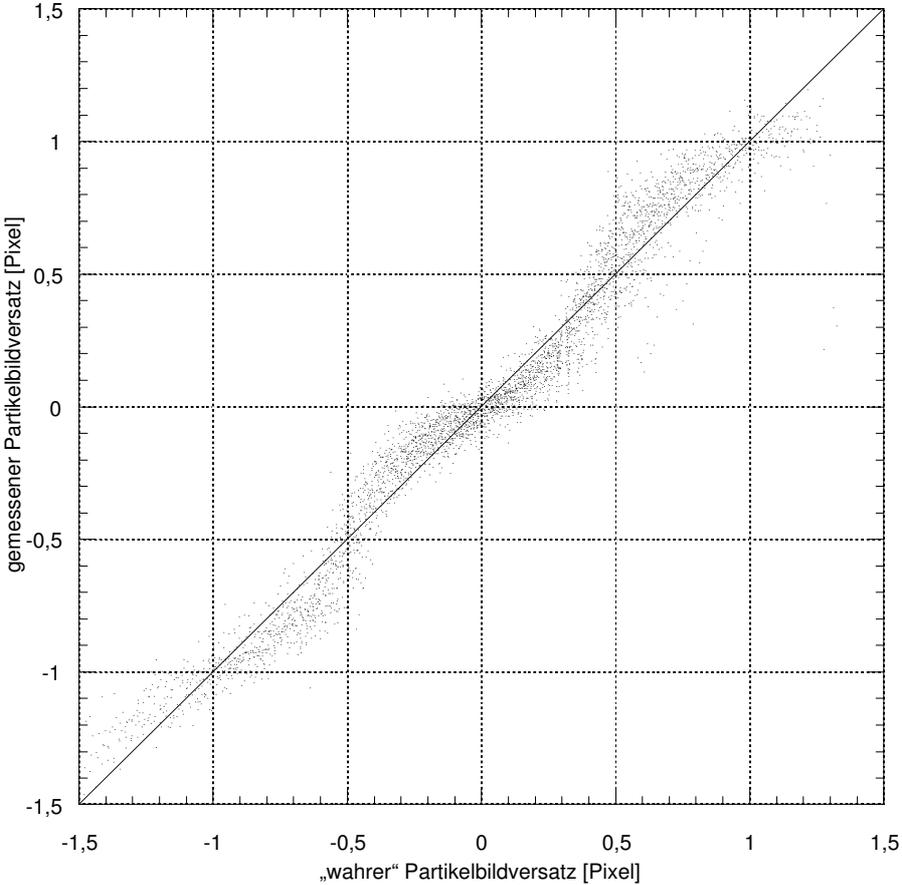


Abbildung 6.3: „Wahrer“ und gemessener Partikelbildversatz in y-Richtung bei der herkömmlichen PIV-Auswertung. Der „wahre“ Partikelbildversatz wurde aus der angepaßten Funktion (Drehung und Verschiebung) ermittelt

Fenstergröße: 32x32
Peak-Anpassung: Gaußkurve durch 3 Punkte

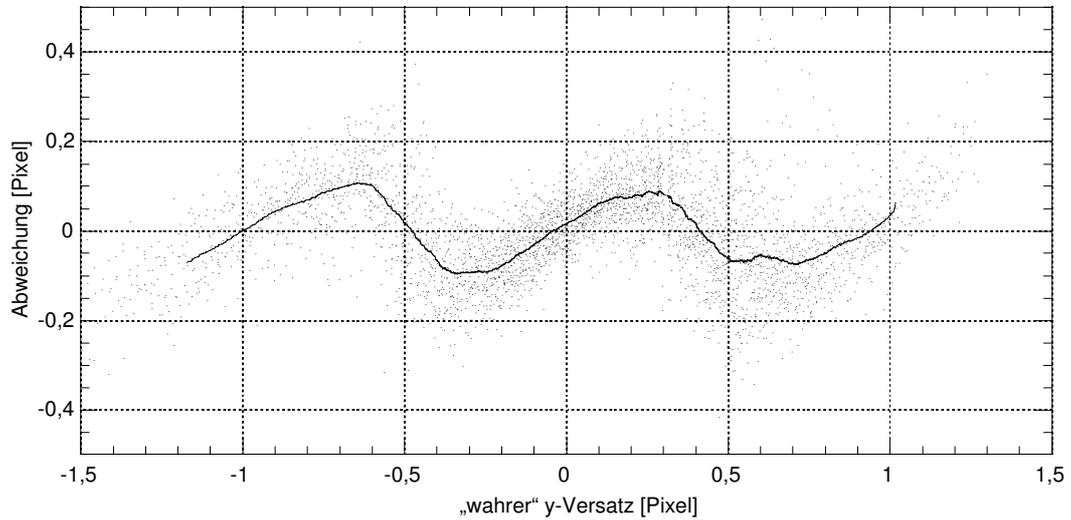


Abbildung 6.4: Differenz zwischen den gemessenen und den „wahren“ Partikel-Verschiebungen bei der herkömmliche PIV-Auswertung. Gesamt-Fehler: 0,112 Pixel, davon systematisch: 0,062 Pixel

Fenstergröße: 32x32
Peak-Anpassung: Anpassung einer 2-dim. Gaußkurve

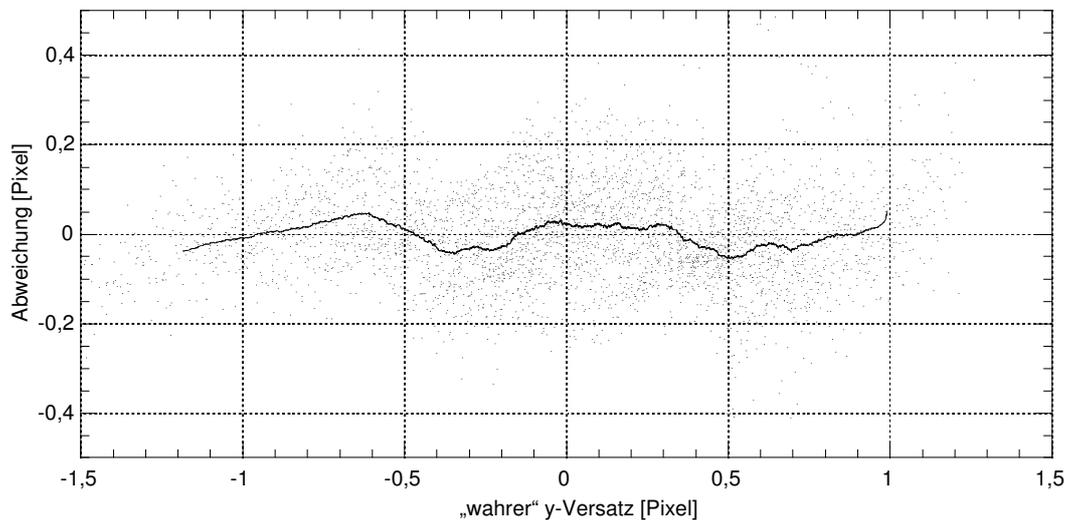


Abbildung 6.5: Durch die Benutzung der besseren Peak-Anpassung werden die systematischen Fehler stark reduziert. Gesamt-Fehler: 0,111 Pixel, davon systematisch: 0,026 Pixel

Fenstergröße: 32x32
Peak-Anpassung: Anpassung einer 2-dim. Gaußkurve + Störpeakbreiten-Analyse

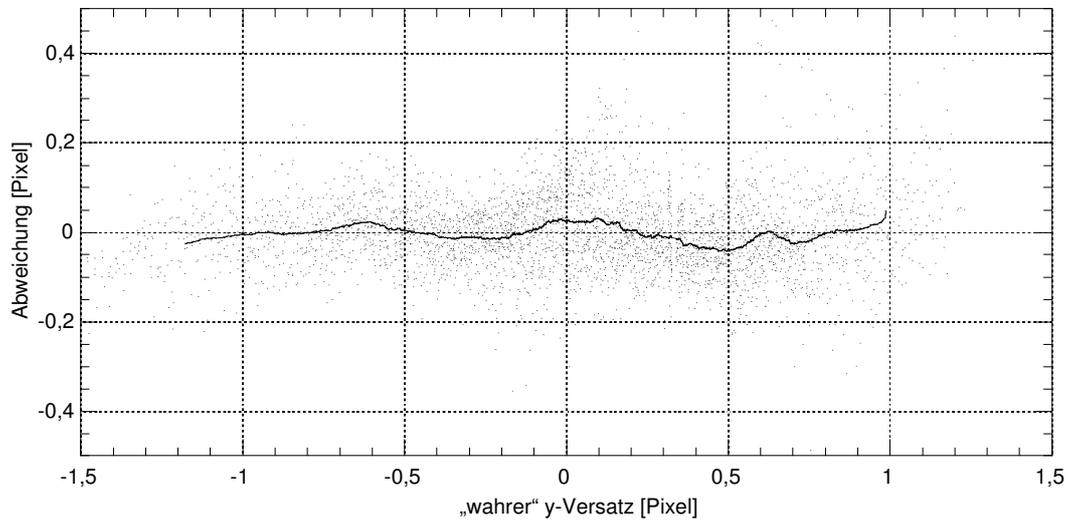


Abbildung 6.6: Die Bestimmung der Peak-Breiten aus der Störpeakbreiten-Analyse verringert nochmals die statistischen und systematischen Fehler: Gesamt-Fehler: 0,093 Pixel, davon systematisch: 0,018 Pixel

Fenstergröße: 32x32 im ersten und 64x64 im zweiten Bild
Peak-Anpassung: Anpassung einer 2-dim. Gaußkurve + Störpeakbreiten-Analyse

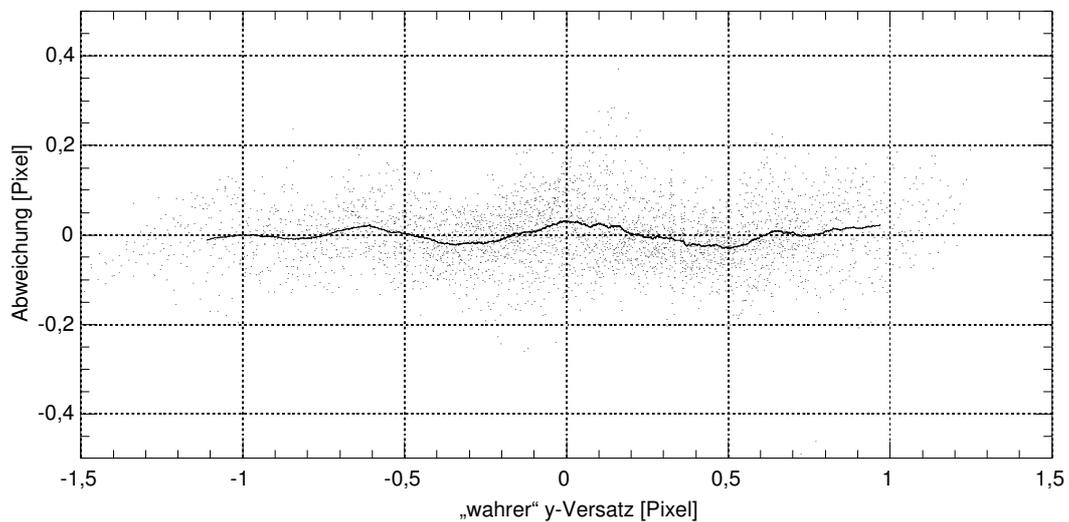


Abbildung 6.7: Die Korrelation von einem kleinen mit großem Fenster reduziert abermals die statistischen und systematischen Fehler. Insbesondere sind die „Ausreißer“ oberhalb von 0,2 und unterhalb von -0,2 weniger geworden. Gesamt-Fehler: 0,073 Pixel, davon systematisch: 0,016 Pixel

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die statistischen und systematischen Fehler von Messungen mit dem Zwei-Ebenen-PIV Verfahren untersucht. Für die theoretische Beschreibung war es notwendig, die Entstehung eines PIV-Bildes und die üblichen Auswerte-Algorithmen wesentlich detaillierter zu untersuchen als dies bisher in der Literatur zu finden war. Bei dieser Untersuchung traten einige bisher unbeachtete Fehlerquellen und Verbesserungsmöglichkeiten zutage:

- Die Effekte der Mie-Streuung dürfen bei PIV-Messungen mit kleinen Öltröpfchen in Luft nur dann vernachlässigt werden, wenn alle Lichtschnitte mit gleichpolarisiertem Licht erzeugt werden. Die Auswertung von Bildern aus unterschiedlich polarisierten Lichtschnitten führt zu einer drastischen Verringerung der Korrelation und zur Erhöhung des Rauschens. Der Faktor, um den die Korrelation verringert wird, ist aber für ähnliche Messungen konstant und kann aus Referenzaufnahmen bestimmt werden.
- Bei der elektrischen Übertragung der Videobilder können Artefakte auftreten, die sich durch „verschmierte“ Partikelbilder bemerkbar machen. Es wurden Algorithmen zur Quantifizierung und zur nachträglichen Korrektur dieser Fehler in den digitalisierten Bildern vorgestellt.
- Die bisherige Schätzung der Korrelationsfunktion unter Nutzung zweier gleich großer Ausschnitte aus dem ersten und dem zweiten Bild wurde durch die Korrelation von einem kleinen Ausschnitt aus dem ersten Bild mit einem großen Ausschnitt aus dem zweiten Bild ersetzt, wobei durch die korrekte Bestimmung der individuellen Normierungsfaktoren für jeden Punkt in der Korrelationsebene eine signifikante Reduktion der statistischen Fehler erreicht wurde. Außerdem läßt dieses Verfahren beliebige Fenstergrößen für den ersten Ausschnitt zu (bei dem herkömmlichen Verfahren waren nur Fenstergrößen von 16, 32, 64 etc. Pixeln möglich), so daß die Fenstergrößen nun wesentlich besser an die strömungsphysikalischen Gegebenheiten angepaßt werden können.
- Zur Bestimmung der Position und Höhe des Korrelationspeaks wurde statt der üblichen 3-Punkt-Gaußanpassung ein nichtlinearer Anpassungsalgorithmus mit korrekter Gewichtung der Daten gewählt. Durch die vorherige Bestimmung der Peakbreiten mittels der hier entwickelten Störpeak-Analyse konnte auch die Höhe von sehr schwachen Korrelationspeaks noch richtig bestimmt werden. Dies war der entscheidende Schritt zur Auswertbarkeit von Zwei-Ebenen-PIV Experimenten mit Puls-Lasern.

- Durch die Nutzung aller drei möglichen Korrelationen zwischen den aufgenommenen Bildern (Korrelation ab , bc und ac) konnte auch bei der Bestimmung der Z-Komponente aus den gemessenen Korrelationspeakhöhen eine höhere Genauigkeit erreicht werden. Außerdem ist das hier vorgestellte Verfahren für eine beliebige Anzahl von Korrelationen bei mehr als drei Lichtschnitten geeignet und arbeitet mit beliebigen Lichtschnittprofilen, wie sie bei der Verwendung von Puls-Lasern auftreten.

Die erreichbaren Verbesserungen durch Benutzung dieser Verfahren wurden anhand von theoretischen Abschätzungen und Messungen an eingegossenen Partikeln, die auf einem Verschiebetisch verfahren wurden, demonstriert. Es wurden die prinzipiellen Schwierigkeiten bei Zwei-Ebenen-PIV-Messungen in Luft erläutert und Techniken vorgestellt, um unter den gegebenen Bedingungen trotzdem Messungen durchführen zu können. Schließlich wurde mit allerdings erheblichen apparativen Aufwand das dreidimensionale Geschwindigkeitsfeld eines Wirbelringes in Luft mittels Zwei-Ebenen-PIV gemessen und mit Referenzdaten aus einer konventionellen PIV-Messung verglichen. Die gemessenen Daten stimmten recht gut mit den Referenzdaten überein.

Da das Zwei-Ebenen-PIV-Verfahren bei den aktuellen technischen Gegebenheiten nur bei Strömungen mit eingeschränktem optischen Zugang dem Stereo-PIV-Verfahren überlegen ist, wurde noch in einem Beispiel demonstriert, daß mit den vorgestellten verbesserten Auswerte-Algorithmen die statistischen und systematischen Fehler einer konventionellen PIV-Auswertung um 35% bzw. 75% reduziert werden konnten.

7.1 Anforderungen an ein Zwei-Ebenen PIV-System

Im folgenden soll noch kurz skizziert werden, welche Komponenten für ein Zwei-Ebenen-PIV-System benötigt werden, welchen Anforderungen diese Komponenten genügen müssen und mit welchen Methoden man diesen gerecht werden kann.

Komponente	Anforderung	Erreichbar durch
Partikel:	<ul style="list-style-type: none"> • Der Streukoeffizient eines Partikels sollte in allen Lichtschnitten gleich groß sein. 	<ul style="list-style-type: none"> • reflektierende Partikel bei unterschiedlich polarisierten oder unterschiedlich farbigen Lichtschnitten • gleichpolarisierte und gleichfarbige Lichtschnitte bei durchsichtigen Partikeln

Komponente	Anforderung	Erreichbar durch
Laser:	<ul style="list-style-type: none"> • Die Profile und die Positionen der erzeugten Laserschnitts müssen für jede Messung genau bekannt sein. Außerdem müssen die Profile „glatt“ (idealerweise gaußförmig) sein und dürfen keine „Löcher“ aufweisen. • Erzeugung von drei schnell aufeinander folgenden Lichtblitzen • Erzeugung von verschiedenen polarisierten Lichtschnitten bei Trennung der Bilder über Polarisation • Erzeugung von verschiedenfarbigen Lichtschnitten bei Trennung der Bilder über Farbe 	<ul style="list-style-type: none"> • die Verwendung von Gas-Lasern für geringe Beleuchtungsenergien • Verwendung von Puls-Lasern mit Blenden oder Vakuum-Raumfrequenzfiltern im Resonator • Verwendung des Fernfeldes eines gewöhnlichen Puls-Lasers und simultaner Messung des Strahlprofils und der Strahlposition zu jeder Messung. • Verwendung von drei einzelnen Puls-Lasern, deren Strahlen geeignet vereinigt werden • mechanischen oder elektronischen Verschuß bei Dauerstrichlasern. Dieser Verschuß kann alternativ auch in der Kamera realisiert sein. • Drehung der Polarisationsrichtung der einzelnen Laser bei Verwendung von Puls-Lasern (die notwendigen optischen Rotatoren sind zur verlustfreien Strahlvereinigung üblicherweise schon vorhanden) • Drehung der Polarisationsrichtung mittels Pockelszelle bei einem Dauerstrichlaser • Ausnutzung der verschiedenen Moden eines Argon-Ionen-Lasers (hier ist die Verwendung von Achromaten zur Erzeugung des Lichtschnittes erforderlich)

Komponente	Anforderung	Erreichbar durch
Lichtschnitt- versatz:	<ul style="list-style-type: none"> • Einer der drei Lichtschnitte muß normal zur Lichtschnitt-ebene versetzt werden 	<ul style="list-style-type: none"> • Dejustierung der Vereinigungsoptik bei der Verwendung von Puls-Lasern • mechanisch verstellbaren Ablenkspiegel bei Dauerstrichlasern • drehende Lochscheibe, bei der ein Loch durch eine Glasplatte ersetzt ist. Diese Lochscheibe wird schräg in den Laserstrahl gestellt. • Kombination aus Pockelszelle(n) und doppelbrechendem Kristall bei Verwendung eines Dauerstrichlasers • Prisma oder doppelbrechender Kristall bei Verwendung von unterschiedlich farbigen oder unterschiedlich polarisierten Licht-schnitten
Kamera:	<ul style="list-style-type: none"> • Aufnahme von drei schnell aufeinander folgenden Bildern 	<ul style="list-style-type: none"> • Verwendung einer gewöhnlichen Videokamera (die Bilder im Videotakt von 20ms liefert) bei Geschwindigkeiten bis zu einigen cm/s. • Verwendung einer Videokamera mit zwei oder mehr CCD-Chips • Verwendung von zwei Videokameras und polarisationsabhängigem Strahlteiler bei unterschiedlich polarisierten Lichtschnitten • Verwendung von zwei Videokameras, Strahlteiler und Farbfiltern bei unterschiedlich farbigen Lichtschnitten • Verwendung einer Farb-Videokamera bei unterschiedlich farbigen Lichtschnitten (hier ist Verwendung von Achromaten im Objektiv erforderlich)

Komponente	Anforderung	Erreichbar durch
	<ul style="list-style-type: none"> • Unverfälschende elektrische Übertragung der Videobilder 	<ul style="list-style-type: none"> • 50Ω-Terminierung der Videoleitungen (Kontrolle auf „verschmierte“ Partikelbilder durch Vergleich der statistischen Eigenschaften des Bildes in x- und y-Richtung) • Anschluß aller Geräte an eine Steckdose, damit alle Geräte dasselbe Null-Potential haben.
Auswertung:	<ul style="list-style-type: none"> • Genaue Bestimmung der Korrelationspeakhöhe 	<ul style="list-style-type: none"> • Korrelation von einem kleinem Ausschnitt aus dem ersten Bild mit einem großen Ausschnitt aus dem zweiten Bild • Anpassung der zweidimensionalen Gaußkurve an den Korrelationspeak mittels nichtlinearer Levenberg-Marquardt-Anpassung unter Verwendung der Peakbreiten aus der Störpeak-Analyse

8 Ausblick

8.1 Mögliche Verbesserung der Auswertung

Ein Nachteil der hier vorgestellten Methode, die Änderung der Partikelbildhelligkeiten über die Korrelationspeakhöhe zu ermitteln ist, daß die Information, welches Partikelbild zu welchem Partikel gehörte, verloren geht, und nur noch der mittlere Faktor der Partikelbildern in der ersten Aufnahme mit den dazugehörigen Partikelbildern der zweiten Aufnahme zur Verfügung steht.

Da jedes Partikel bei den drei Aufnahmen das Laserstrahlprofil an drei Punkten abtastet, müßte es eigentlich möglich sein, aus der direkten Analyse der Partikelhelligkeiten wesentlich genauere und nicht so stark von der Zahl der Partikel abhängige Aussagen über die Z-Komponente der Strömungsgeschwindigkeit machen zu können.

Eine Idee, die im Rahmen dieser Arbeit eine ganze Weile verfolgt wurde, war, die drei Partikelhelligkeiten als dreidimensionale Koordinaten zu interpretieren. Nutzt man nun alle Partikelbilder aus einem Abfragefenster, so erhält man entsprechend viele Punkte, die im dreidimensionalen Raum auf einer bestimmten „krummen“ Fläche liegen. Jede dieser möglichen Flächen ist eindeutig einer Z-Verschiebung der Partikel zugeordnet.

Mit simulierten Daten war es sogar möglich, die korrekte passende Fläche zu der Punktwolke zu finden. Mit den Daten aus dem Partikelblock-Experiment lieferte diese Auswertung leider keine Ergebnisse.

Ein weiterer Versuch bestand darin, die Partikelhelligkeiten nicht direkt aus den Bildern, sondern indirekt aus der Korrelation von sehr kleinen Fenstern (die maximal ein oder zwei Partikelbilder enthalten) zu ermitteln. Wenn diese drei Fenster (aus dem ersten, zweiten und dritten Bild ausgeschnitten) jeweils nur ein und dasselbe Partikel in unterschiedlichen Helligkeiten enthalten, so liefert der stärkste Eigenvektor der Matrix

$$\begin{pmatrix} R_{aa} & R_{ab} & R_{ac} \\ R_{ab} & R_{bb} & R_{bc} \\ R_{ac} & R_{bc} & R_{cc} \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

gerade die drei Partikelhelligkeiten. Leider führte auch dieses Verfahren bisher nicht zum gewünschten Erfolg, da in jedem Fall die genaue Kenntnis der Hintergrundhelligkeit die Voraussetzung zum Gelingen dieses Verfahrens ist.

8.2 Aufnahme von nur zwei Bildern, bei denen eines doppelt belichtet wurde

Ein großes Problem bei der experimentellen Realisierung eines Zwei-Ebenen PIV Experimentes stellt die Kamera dar, die drei Bilder innerhalb kurzer Zeit aufnehmen muß. Hier ist man auf Spezialanfertigungen oder Eigenbau angewiesen. Es wäre also ein großer Fortschritt, wenn man mit nur zwei Bildern auskommen könnte, da dann das große Repertoire von normalen „PIV-Kameras“, also solchen, die innerhalb kurzer Zeit zwei Bilder aufnehmen können, zur Verfügung stände.

Im folgenden soll kurz vorgestellt werden, daß dieses Verfahren theoretisch auch mit zwei Bildern auskommen müßte, bei denen das zweite doppelt belichtet wird (Abb. 8.1), das heißt, die Partikelbilder, die vorher auf Bild b und Bild c waren, sind nun beide auf Bild b' aufgenommen. Die Peaks in den Diagrammen sollen die Partikel symbolisieren. In Abb. 8.2 sind die Autokorrelation des Bildes a (R_{aa}),

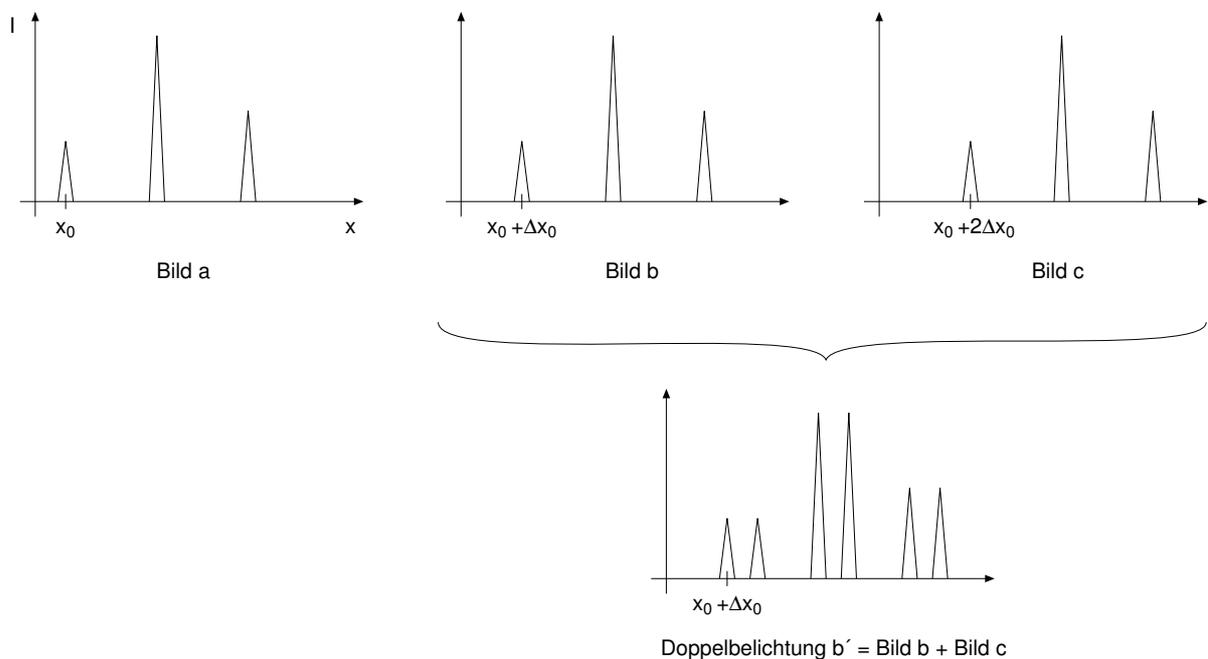


Abbildung 8.1: Zwei-Ebenen PIV mit einer normalen Kamera: Statt der drei einzeln belichteten Bilder a, b und c wird ein einzeln belichtetes Bild a und ein doppelt belichtetes Bild b' aufgenommen.

die Autokorrelation des Bildes b' ($R_{b'b'}$) sowie die Kreuzkorrelation des Bildes a mit b' ($R_{ab'}$) dargestellt. Wie man sieht, kann man aus diesen Korrelationen ebenfalls die Peakhöhen h_{ab} , h_{bc} und h_{ac} entnehmen wie bei den Kreuzkorrelationen der separat aufgenommenen Bilder a, b und c. Dies sind aber nur die unnormierten Peakhöhen. Für die korrekte Normierung müßte z.B. h_{ab} durch $\sqrt{h_{aa} \cdot h_{bb}}$ geteilt werden. h_{bb} liegt zwar nicht separat vor, könnte aber abgeschätzt werden, wenn der Laserblitz 2 und Laserblitz 3 gleich hell sind und somit $h_{bb} \sim h_{cc}$ wäre.

Im Zusammenspiel mit Puls-Lasern, die auch im Nahfeld ein gutes reproduzierbares Strahlprofil liefern

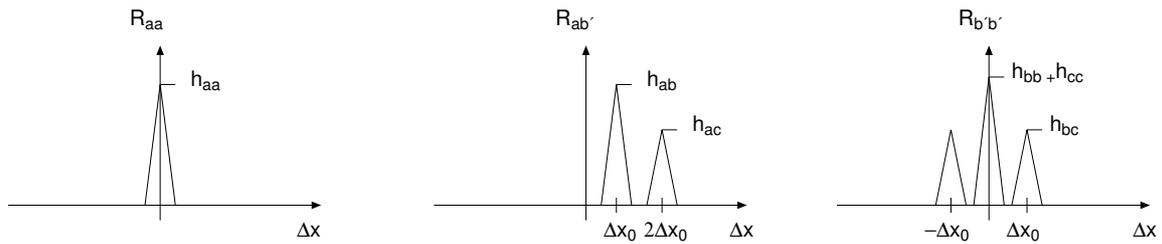


Abbildung 8.2: In den Autokorrelationen und der Kreuzkorrelation sind alle wesentlichen Peakhöhen h_{ab} , h_{bc} und h_{ac} , die man sonst aus den Kreuzkorrelationen der einzeln belichteten Bilder entnehmen hätte, enthalten. Einzig die zur Normierung notwendigen Größen h_{bb} und h_{cc} sind nicht separat verfügbar, können unter bestimmten Bedingungen aber abgeschätzt werden.

(ein solcher Laser mit Vakuum-Raumfrequenzfilter im Resonator ist z.B. von der Firma Coherent lieferbar) und die in der Lage sind, drei Pulse zu erzeugen (an vielen Orten, wo PIV-Experimente durchgeführt werden, sind schon Laser mit vier Einzel-Pulsen verfügbar, von denen dann normalerweise zwei zusammengeschaltet werden, um die Energie zu erhöhen) würde eine Zwei-Ebenen PIV-Messung sich im experimentellen Aufwand nur noch unwesentlich von einer konventionellen PIV-Messung unterscheiden und sich gegenüber Stereo-PIV durch eine wesentlich einfachere und schnellere Justierung auszeichnen.

Danksagungen

Herrn **Prof. Dr. H. Eckelmann** danke ich für die Betreuung der Arbeit und die konstruktiven Diskussionen. Mein Dank gebührt außerdem:

Herrn **Dr. K. Bütetisch** und besonders Herrn **Dr. Jürgen Kompenhans** für die Bereitstellung des Arbeitsplatzes und der benötigten Geräte und Hilfsmittel und viele fruchtbare Diskussionen.

Herrn **Dr. Markus Raffel** für viele Diskussionen zur Theorie und Unterstützung bei Auswahl und Aufbau der Experimente.

Herrn **Dr. B. Stasicky**, der mich weit über die regulären Arbeitszeiten hinaus bei der Erweiterung der 2-Chip-Videokamera unterstützte, die nötigen Fachkenntnisse zum elektronischen Aufbau des Experimentes vermittelte und unter anderem auch die polnische Dokumentation zur Programmierung der Sequenzer übersetzte.

Herrn **Hans Höfer** für die Unterstützung auf der experimentellen Seite, und die pragmatischen Lösungen von vielen Problemen. Bei ihm habe ich gelernt, daß sich die meisten experimentellen Schwierigkeiten mit Knete und Klebeband überwinden lassen.

Herrn **Dr. Bernward Bretthauer** und Herrn **Dr. Chris Willert** für die Unterstützung auf der computertechnischen Seite und dafür, daß sie mir die gesamten Quelltexte der PIV-Auswerte-Programmen zugänglich machten

Herrn **Hugue Richard** für die Zusammenarbeit beim Aufbau eines Zwei-Ebenen-PIV-Experimentes mit den neuen Digital-Kameras und vier Puls-Lasern, dessen Auswertung zwar keine Strömungsgeschwindigkeiten lieferte, aber die wesentlichen Fehlerquellen erkennen lies, wodurch erst die erfolgreiche Auswertung der hier vorgestellten Wirbelring-Experimente möglich wurde.

Herrn **Prof. Dr. Klaus Hinsch** und **Dr. Hinrichs** der Universität Oldenburg für viele Antworten zu optischen Fragen, die leihweise Überlassung des Partikelblockes, sowie Informationen zur Herstellung von eigenen Partikelblöcken.

Herrn **Prof. Dr. Jerry Westerweel** der Universität Delft für ausführliche Diskussionen zur Theorie des Verfahrens.

Vielen Dank an alle Mitarbeiter der Abteilung Meßphysik, die jederzeit für Fragen und Diskussionen offen waren und mir alle benötigten Geräte zur Verfügung stellten, und last not least meinem Vater für viele Diskussionen und Kommentare zur Theorie des Verfahrens, sowie meiner Frau und meiner kleinen Tochter, die dafür sorgten, daß ich vor lauter Arbeit nicht aufhörte zu leben.

Literaturverzeichnis

- [1] ADRIAN, R.J. und C.S. YAO: *Pulsed laser technique application to liquid and gaseous flows and the scattering power of seed materials*. Applied Optics, **24** 44–52, 1985.
- [2] KOMPENHANS, J. und J. REICHMUTH: *2-D flow Field Measurements in Wind Tunnels by Means of Particle Image Velocimetry*. In: *Sixth International Congress on Applications of Lasers and Electro-Optics, San Diego 8-12 November 1987*, 1987.
- [3] ADRIAN, R.J.: *Statistical properties of particle image velocimetry measurements in turbulent flow*. Laser Anemometry in Fluid Mechanics III, Seiten 115–129, 1988.
- [4] WILLERT, C.E. und M. GHARIB: *Digital particle image velocimetry*. Experiments in Fluids, **10** 181–193, 1991.
- [5] WESTERWEEL, J.: *Digital particle image velocimetry: theory and application*. Delft University Press, 1993.
- [6] RAFFEL, M., C. E. WILLERT und J. KOMPENHANS: *Particle Image Velocimetry - A practical Guide*. Springer Verlag, to appear 1998.
- [7] KOMPENHANS, J. und M. RAFFEL: *Application of PIV technique to transonic flows in a blow-down wind tunnel*. In: *International Symposium on Optics, Imaging and Instrumentation, San Diego, USA, 11-16 July, 1993*, 1993.
- [8] KOMPENHANS, J. und M. RAFFEL: *Application of PIV technique to transonic flows*. Optical Diagnostics in Fluid and Thermal Flow, Seiten 425–436, 1993.
- [9] WESTERWEEL, J. und F.T.M. NIEUWSTADT: *Performance tests on 3-dimensional velocity measurements with a two-camera digital particle-image velocimeter*. In: DYBBS, A. und B. GHORASHI (Herausgeber): *Laser Anemometry Advances and Applications*, Band 1, Seiten 349–355. New York: ASME, 1991.
- [10] ARROYO, M.P. und C.A. GREATED: *Stereoscopic particle image velocimetry*. Meas. Sci. Technol., **2** 1181–1186, 1991.
- [11] PRASAD, A.K. und R.J. ADRIAN: *Stereoscopic particle image velocimetry applied to liquid flows*. Experiments in Fluids, **15** 49–60, 1993.

- [12] WILLERT, C.E.: *Stereoscopic particle image velocimetry for application in wind tunnel flows*. Meas. Sci. Technol., **8** 1465–1479, 1997.
- [13] HINSCH, K.: *Three-dimensional particle velocimetry*. Meas. Sci. Tech., **6** 742–753, 1995.
- [14] RAFFEL, M., O. RONNEBERGER, M. GHARIB und J. KOMPENHANS: *Feasibility study of three-dimensional PIV by correlating images of particles within parallel light sheets*. Experiments in Fluids, **19** 69 – 77, 1995.
- [15] HECHT, E. und A. ZAJAC: *Optics*. Addison-Wesley Pub. Company, Massachusetts, 1974.
- [16] PRESS, W. H. ET AL: *Numerical recipes in C: the art of scientific computing – 2nd ed.* Cambridge University Press, 1992.
- [17] KEANE, R.D. und R.J. ADRIAN: *Theory of cross-correlation analysis of PIV images*. Applied Scientific Research, **49** 191–215, 1992.
- [18] BRÜCKER, C.: *3-D PIV via spatial correlation in a color coded light sheet*. Experiments in Fluids, **21** 312–314, 1996.
- [19] RAFFEL, M., A. DERVILLE, C. WILLERT, O. RONNEBERGER und J. KOMPENHANS: *Dual-plane correlation for three-dimensional particle image velocimetry on planar domains*. In: *8th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lissabon*, 1996.
- [20] THOMAS, P.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Folgeverhalten von Teilchen in kompressibler Strömung*. Forschungsbericht DLR-FB 91-25, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt, 1991.
- [21] RONNEBERGER, O.: *3D Grafikdaten von Zwei-Ebenen-PIV-Wirbelringmessungen im vrml-Format*. <http://www.gwdg.de/~dronneb/diplom.html>, 2 1998.