

Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)
WS 03/04

Aufgabenblatt 14 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-II, Kap. 10, S.61

Abgabe am Donnerstag, 5.02.2004, vor der Übung

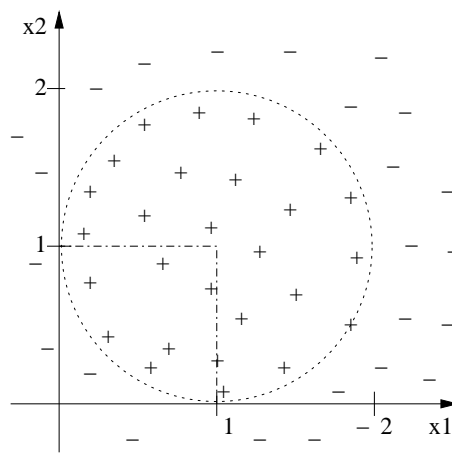
Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 14.1: RBF/SVM (4 Punkte)

Die Daten im $p_1 - p_2$ Raum aus der Aufgabe 13.2 werden einer linearen SVM als Trainingsvektoren vorgelegt. Man bestimme zunächst anhand einer Skizze die Supportvektoren. Danach berechne man die Parameter der entsprechenden normierten, optimalen Trenngeraden für das vorliegende Problem sowohl elementar, als auch mit Hilfe der in der Vorlesung gegebenen Formeln. Man vergleiche mit der Lösung von Aufgabe 13.2.

Aufgabe 14.2: Lineare Separation (4 Punkte)

Gegeben sei folgende Datenverteilung eines 2-Klassenproblems in 2 Dimensionen. Diese sollen mittels einer nichtlinearen Funktion $\Psi(\mathbf{x})$ in einen höherdimensionalen Raum \mathcal{H} abgebildet werden, in dem anschließend lineare Separation möglich ist.



1. Geben Sie eine solche Funktion Ψ , den zugehörigen Merkmalsraum \mathcal{H} und eine trennende Hyperebene in \mathcal{H} an.

2. Geben Sie die Kernfunktion $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ an, die das Skalarprodukt zwischen $\Psi(\mathbf{x})$ und $\Psi(\mathbf{x}')$ berechnet.
3. Zu gegebenem k sind Ψ und \mathcal{H} i.a. nicht eindeutig bestimmt. Zeigen Sie dies, indem Sie eine andere Abbildung Ψ' und weiteren Merkmalsraum \mathcal{H}' angeben, so dass Skalarprodukte in \mathcal{H}' ebenfalls durch den Kern aus 2. beschrieben werden. Es soll $\dim\mathcal{H} \neq \dim\mathcal{H}'$ sein.

Aufgabe 14.3: Programmieraufgabe: SVM-Klassifikation (4 Punkte)

Implementieren Sie eine SVM-Klassifikationsroutine

```
[class, cert] = svm_classify(test_data, sv, sv_labels, alphas, b, kernel, kernel_par1, kernel_par2, ...).
```

Die bereits trainierte SVM sei gegeben durch eine Matrix \mathbf{sv} mit spaltenweisen Supportvektoren, einen Vektor $\mathbf{sv_labels}$ ihrer Klassennummern +1 bzw. -1, den Vektor von Gewichten \mathbf{alphas} , dem Offsetwert \mathbf{b} , der Kernfunktion, die die Aufrufsyntax $K = \text{kernel}(\mathbf{x1}, \mathbf{x2}, \text{kernel_par1}, \text{kernel_par2}, \dots)$ besitzt. Hierbei soll die Kernfunktion nicht nur für Vektorpaare $\mathbf{x1}, \mathbf{x2}$ die Kernausswertung K berechnen, sondern komplette Matrizen mit spaltenweisen Vektoren als $\mathbf{x1}, \mathbf{x2}$ akzeptieren. Die Ausgabe K soll in diesem Fall eine Matrix sein, die in $K(i, j)$ die Kernfunktion für die i -te Spalte von $\mathbf{x1}$ mit der j -ten Spalte von $\mathbf{x2}$ enthält.

Die Ausgabe soll wie aus vorherigen Aufgaben üblich ein Vektor mit geschätzten Klassennummern und Klassifikationssicherheiten zwischen 0 und 1 sein.