ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
INSTITUT FÜR INFORMATIK
Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Georges-Köhler-Allee
Geb. 052, Zi 01-029
D-79110 Freiburg
Tel. 0761 - 203 - 8260

Übungen zur Vorlesung Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung) WS 03/04

Aufgabenblatt 13 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-II, Kap. 9, S.38

Abgabe am Donnerstag, 29.01.2004, vor der Übung

Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 13.1: Polynomiale Regression und Orthogonalitätsprinzip(4 Punkte)

1. Wir betrachten eine skalare Zufallsvariable y, welche wir linear auf der Grundlage der ebenfalls skalaren Beobachtungen (Messungen) p schätzen wollen. Wie muss der Linearfaktor a (in Abhängigkeit von statistischen Größen von p und y gewählt werden, damit der Fehler $E\{(ap-y)^2\}$ minimal wird? Welchen Wert nimmt dabei die Korrelation $E\{p(ap-y)\}$ zwischen Beobachtung p und Fehler $(ap-y)$ an?
2. Wie lässt sich 13.1.1 verallgemeinern, wenn die Beobachtung $\mathbf{p}$ und der Linearfaktor $\mathbf{a}$ vektoriell werden?
3. Wie lässt sich 13.1.2 verallgemeinern, wenn auch die Zufallsvariable $\mathbf{y}$ vektoriell und der Linearfaktor eine Matrix $\mathbf{A}$ wird? Wie lässt sich das Ergebnis bei der polynomialen Regression verwenden?
4. Woraus ergibt sich die Erwartungstreue der erhaltenen Approximationsfunktion?

Aufgabe 13.2: Radial Basis Funktionen (4 Punkte)

Man löse das Problem von Aufgabe 10.1.2 mit Hilfe von Radial-Basis-Funktionen. Dabei verwende man zwei geeignet gewählte Zentren $\mathbf{c}_1$ und $\mathbf{c}_2$ sowie die Funktionen $\exp(-||\mathbf{x}-\mathbf{c}_i||^2)$.

Aufgabe 13.3: Presto-Box: Polynomklassifikator (4 Punkte)

1. Erzeugen Sie einen Datensatz für ein Zweiklassenproblem mit zweidimensional normalverteilten Daten. Die erste Klasse sei gegeben durch 100 Stichproben aus einer Verteilung mit der Kovarianzmatrix und dem Mittelwert:
   $\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\mu}_1 = (1, 1)^T$
   und 100 Stichproben mit
   $\mathbf{K}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -0.8 \\ -0.8 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\mu}_2 = (5, 1)^T$

   Die Daten für die zweite Klasse bestehen aus 200 Stichproben mit
   $\mathbf{K}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\mu}_3 = (3, -3)^T$

   Geben Sie das Skript zur Generierung der Daten an.
2. Visualisieren Sie die Klassifikation dieses Datensatzes durch den Polynomklassifikator mit `visclass` für die Polynomgrade $p = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Geben Sie die Schaubilder (mit zu klassifizierenden Punkten) an. Welcher Polynomgrad ist für die Klassifikation Ihres Datensatzes am geeignetsten (Begründung)?

   Hinweise: Sie können die Funktionen `randnormal` und `polynom_class` aus der Presto-Box für Ihr Skript verwenden.