**ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG**
**INSTITUT FÜR INFORMATIK**
Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Georges-Köhler-Allee
Geb. 052, Zi 01-029
D-79110 Freiburg
Tel. 0761 - 203 - 8260

# Übungen zur Vorlesung
# Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)
# WS 03/04

## Aufgabenblatt 8 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-I, Kap. 7a, S.24

**Abgabe am Donnerstag, 11.12.2003, vor der Übung**

**Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.**

### Aufgabe 8.1: MLE/MAP-Klassifikation (4 Punkte)

Wir betrachten ein skalares Zweiklassenproblem mit den Klassen $\omega_1$ bzw. $\omega_2$. Die klassenspezifischen Verteilungsdichtefunktionen verlaufen für $\omega_1$ cosinusförmig und zwar im Bereich $[-\pi/2, \pi/2]$ und für $\omega_2$ sinusförmig und zwar im Bereich $[0, \pi]$. Außerhalb dieser Bereiche betragen die jeweiligen Verteilungsdichten Null. Die a-priori Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von $\omega_1$ oder $\omega_2$ verhalten sich folgendermaßen: $P(\omega_1)/P(\omega_2) = \sqrt{3}$.

1. Wie groß ist $p(0|\omega_1)$ bzw. $p(\pi/2|\omega_2)$?
2. Geben Sie die Bereiche für $x$ an, in denen der MLE - Klassifikator die Klassenentscheidung $\omega_1$ bzw. $\omega_2$ trifft.
3. Stellen Sie $p(x|\omega_1)P(\omega_1)$ und $p(x|\omega_2)P(\omega_2)$ in einem Diagramm dar. Erläutern Sie, wie man anschaulich die Randverteilung $p(x)$ konstruieren kann.
4. Geben Sie die Bereiche für x an, in denen der Bayes-Klassifikator (MAP - Klassifikator) die Klassenentscheidung $\omega_1$ bzw. $\omega_2$ trifft.
5. Erläutern Sie, wie die Wahrscheinlichkeit einer Fehlklassifikation aus dem Diagramm geometrisch bestimmt werden kann und berechnen Sie diese für beide Klassifikatoren.

### Aufgabe 8.2: Normalverteilungen / Whitening (4 Punkte)

Gegeben sei eine normalverteilte vektorielle Zufallsvariable $\mathbf{x}$ mit Erwartungswert $\boldsymbol{\mu}$ und Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}$. Man bestimme eine affine Transformation, welche $\mathbf{x}$ auf eine erwartungswertfreie, weiße Zufallsvariable abbildet.
*Hinweis:* Man diagonalisiere die Kovarianzmatrix.

**Aufgabe 8.3: Karhunen-Loeve-Transformation (4 Punkte)**

1. Schreiben Sie eine Scilab Funktion, die die Karhunen-Loeve-Transformation (KLT) für einen Spaltenvektor $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \ldots, x_n)^T$ durchführt. Übergabeparameter seien außer dem Vektor eine passende Korrelationsmatrix und die Anzahl an Komponenten, die für die Approximation verwendet werden soll. Der Rückgabewert der Funktion soll der transformierte Vektor sein.

2. Auf der Internetseite zur Übung finden Sie die Datei `imgs.dat`, die 10 Grauwertbilder (img1, img2, ..., img10) im Format 5x5 enthält. Die Daten können mit dem Kommando `load('imgs.dat')` in Scilab geladen werden. Fassen Sie ein Bild jeweils als Spaltenvektor auf und berechen Sie die Korrelationsmatrix für den Datensatz.

3. Approximieren Sie das Bild img1 aus dem Datensatz mit Ihrer KLT Funktion für $m = 1, 3, 5, 10, 25$ Komponenten. Verwenden Sie die Korrelationsmatrix des Datensatzes. Visualisieren Sie jeweils das Ergebnis (jetzt wieder als 5x5-Bild) mit der bereits bekannten Funktion `imageview(graycolormap(255),img')` (Zuvor muss die IMAGE-Toolbox geladen werden.) Welche Beobachtungen können Sie machen?

   Hinweis: Zur Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren kann die Scilab Funktion `[eval,evec] = bdiag(mat)` verwendet werden. Genaue Anleitung dazu gibt die Hilfe.