ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
INSTITUT FÜR INFORMATIK
Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Georges-Köhler-Allee
Geb. 052, Zi 01-029
D-79110 Freiburg
Tel. 0761 - 203 - 8260

Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)
WS 03/04

Aufgabenblatt 4 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-I, Kap. 4a / S. 22

Abgabe am Donnerstag, 13.11.2003 vor der Übung

Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 4.1: 2D Translationsinvariante Transformationen(4 Punkte)

Sei

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{pmatrix}$$

ein 3×3 Bild und τ_{ij} zyklische Translationsoperatoren. Ferner sei gegeben ein Operator ω, definiert durch

$$\omega(\mathbf{X}) := \begin{pmatrix} a & b & c \\ f & d & e \\ h & k & g \end{pmatrix} \quad .$$

Wenn $T(\mathbf{X})$ **irgend**eine 2D translationsinvariante Transformation ist (also nicht unbedingt aus der Klasse $\mathbb{C}T$), dann zeigen Sie, dass $T(\omega(\mathbf{X}))$ auch eine translationsinvariante Transformation ist.

Aufgabe 4.2: Fourierreihe einer Ellipse (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die aus zwei Koeffizienten bestehende Fourierreihe $z(t) = ae^{jt} + be^{-jt}$ mit $a,\ b\ \in \mathbb{C}$ eine zentrierte (d.h. Mittelpunkt im Ursprung) Ellipse beschreibt. Berechnen Sie die beiden Halbachsen und die Winkel, die diese mit der reellen Achse bilden.

Welche Art von Symmetrie lässt sich direkt aus den Koeffizienten ablesen, auch wenn man nicht weiß, dass es sich um eine Ellipse handelt?

Hinweis: Eine zentrierte Ellipse wird durch eine Gleichung der Form
$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + D = 0$ beschrieben.

Aufgabe 4.3: Programmieraufgabe: $\mathbb{C}T_{2D}$ (4 Punkte)

1. Implementieren Sie für beliebige kommutative Funktionen f_1 und f_2 die 3 in der Vorlesung vorgestellten zweidimensionalen Erweiterungen $\mathbb{C}T_{SZ}$, $\mathbb{C}T_{ZS}$ und $\mathbb{C}T_{DI}$. Die Parameterliste soll analog zu Aufgabe 3.3 die beiden kommutativen Funktionen umfassen und als dritten Parameter die zu transformierende Matrix $\mathbf{X}$. Bei Verwendung von eigenen, früheren Lösungen bitte nochmaliges Abgeben der entsprechenden Routinen, bei Verwendung der Musterlösung 3.3 reicht ein entsprechender Hinweis.
2. Verwenden Sie Ihre Implementierung, um die 3 Transformierten $BT_{SZ}(\mathbf{X})$, $BT_{ZS}(\mathbf{X})$ und $BT_{DI}(\mathbf{X})$ zu ermitteln, wobei

$$\mathbf{X} := \begin{pmatrix} 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 3 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 2 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 1 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 1 & 15 & 15 & 15 & 15 \\ 15 & 15 & 15 & 1 & 15 & 15 & 15 & 15 \end{pmatrix}.$$

   Eine Datei mit dieser Matrix finden Sie auf der Internetseite zur Übung.
3. Wie ist der Dynamikumfang bei der BT beschaffen? Eignet sie sich damit für reelle Anwendungen?