ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
INSTITUT FÜR INFORMATIK
Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Georges-Köhler-Allee
Geb. 052, Zi 01-029
D-79110 Freiburg
Tel. 0761 - 203 - 8260

Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)
WS 03/04

Aufgabenblatt 2 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-I, Kap. 2c

Abgabe am Donnerstag, 30.10.2003 vor der Übung

Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 2.1: Affine Transformation, Rotationsmatrizen (5 Punkte)

Die Punkte $\mathbf{A} = (4, -7)^T$, $\mathbf{B} = (5, -2)^T$ und $\mathbf{C} = (2, 1)^T$ werden durch eine affine Transformation auf die Punkte $\mathbf{A}' = (0, -2)^T$, $\mathbf{B}' = (1, 1)^T$ und $\mathbf{C}' = (0, 0)^T$ abgebildet.

a) Man berechne die zugehörige affine Transformation.

b) Lässt sich die unter a) berechnete Transformation als Bewegung im Raum mit anschließender orthogonaler Parallelprojektion realisieren? Warum?

c) Falls ja, gebe man die zugehörige Rotationsmatrix $\mathbf{R}$ an.

d) Warum gibt es bei allgemeinen affinen Transformationen keine Invarianten von drei Punkten? Würden Sie bei einer Transformation, wie in b), eine Invariante von drei Punkten erwarten? Geben Sie nur eine kurze Begründung.

e) Warum ist die Matrix $\frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ keine Rotationsmatrix?

Aufgabe 2.2: Spiegelungsinvarianten (4 Punkte)

Wir betrachten die Äquivalenzrelation, die folgende aus zwei Elementen bestehende Gruppe G auf der Menge aller Punkte $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ induziert: G={Identität, Spiegelung an der Geraden $y = x/3$}. Mit Ausnahme aller Punkte auf der Spiegelachse besteht somit jede Klasse aus zwei Punkten.

1. Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{A}$, die für jeden Punkt $\mathbf{x}$ sein Spiegelbild $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ erzeugt! Warum muss $\mathbf{A}^2 = \mathbf{I}_2$ gelten?
2. Finden Sie einen Vektor $\mathbf{a}$ derart, dass das Skalarprodukt $\mathbf{a}^T\mathbf{x}$ eine Invariante I_1 für obige Äquivalenzrelation darstellt.
3. Betrachten Sie auch das Skalarprodukt $\mathbf{b}^T\mathbf{x}$, wobei $\mathbf{b} \perp \mathbf{a}$ und leiten Sie daraus auch eine zweite Invariante I_2 her.

4. Zeigen Sie, dass I_1 und I_2 die Klassen separieren, indem Sie aus I_1 und I_2 rückwärts eindeutig die dazugehörige Klasse berechnen!

Aufgabe 2.3: Programmieraufgabe: Bilineare Interpolation (3 Punkte)

1. Schreiben Sie eine Funktion, die die zyklische Translation von Matrizen durchführt. Die Verschiebungsparameter m (Verschiebung um m Zeilen) und n (Verschiebung um n Spalten) dürfen beliebige reelle Zahlen sein. Falls diese nicht ganzzahlig sind, soll das Ergebnis der zyklischen Translation durch eine bilineare Interpolation approximiert werden.
2. Unter `ftp://ftp.inria.fr/INRIA/Projects/Scilab/contrib/IMAGE/` finden Sie ein Scilab-Paket zum Laden/Schreiben von PNM-Bilddateien. Instruktionen zur Verwendung des Pakets sind hierin enthalten. Auf den Webseiten zur Vorlesung finden Sie ein Demo-Bild `M.pgm` der Größe 30×30. Laden Sie dieses in eine Scilab-Matrix $\mathbf{A}$ mit dem Befehl `[A,h]=readppm("pathToImage/M.pgm")` und ermitteln Sie die grafischen Resultate folgender Aktionen, wobei $\tau_{n,m}$ für beliebige $n, m \in I\!R$ die zyklische Translation mit bilinearer Interpolation bezeichnet.
   a) $(\tau_{1,1})(\mathbf{A})$.
   b) $(\tau_{1/3,1/3})(\mathbf{A})$.
   c) $(\tau_{20,20.5})(\mathbf{A})$.

   Erläutern Sie die Ergebnisse.

Hinweise:

- Nachdem $\mathbf{A}$ geladen wurde, muß diese in eine Fließkomma-Matrix verwandelt werden, z.B. via `D = double(A)`, damit Rechenoperationen (wie bilineare Interpolation) möglich sind.
- Bildmatrizen werden transponiert geladen/dargestellt. Vor den Modifikationen (nach dem Laden) bzw. nach den Berechnungen auf einer Bildmatrix (vor dem Darstellen) ist also jeweils eine Transposition der Matrix angebracht.
- Darstellen eines Graubildes geschieht z.B. via `imageview(graycolormap(256), D)`. Eventuell kann es notwendig sein, im Grafikfenster unter dem Punkt *File* ein *Redraw* zu fordern.